ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ

На экзамене по математике поступающий в высшее учебное заведение должен показать:

- четкое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой;
- умение точно и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

Программа по математике для поступающих в высшие учебные заведения состоит из трех разделов. Первый из них представляет собой перечень основных понятий и фактов, которыми должен владеть поступающий (уметь правильно их использовать при решении задач). Во втором разделе указаны теоремы, которые надо уметь применять. В третьем разделе перечислены основные математические умения и навыки, которыми должен владеть экзаменуемый.

Основные математические понятия и факты

I. Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы, их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

11. Понятие о функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.
12. График функции. Периодичность, четность, нечетность. Возрастание и убывание функции. Понятие экстремума.
13. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$ (n N), $y = k/x$, показательной $y = a^x$, $a > 0$, логарифмической, тригонометрических функций $y = \sin(x)$; $y = \cos(x)$; $y = \mathrm{tg}(x)$, арифметического корня $y = \sqrt{x}$.
14. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
15. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.
16. Система уравнений и неравенств. Решения системы.
17. Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула N-го члена и суммы первых N членов арифметической прогрессии. Формула N-го члена и суммы первых N членов геометрической прогрессии.
18. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).
19. Преобразование в произведение сумм sin(a) sin(b); cos(a) cos(b).
20. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.
21. Производные функций $y = \sin(x)$, $y = \cos(x)$, $y = \mathrm{tg}(x)$, $y = a^x$, $y = x^n$ (n N).

II. Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг, параллельные прямые.
2. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.
3. Векторы. Операции над векторами.
4. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношение между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике.
6. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр и радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.
8. Центральные и вписанные углы.
9. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
10. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
11. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.
12. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости.

13. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.
14. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
15. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
16. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
17. Формула объема параллелепипеда.
18. Формулы площади поверхности и объема призмы.
19. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.
20. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.
21. Формулы площади поверхности и объема конуса.
22. Формулы объема шара.
23. Формулы площади сферы.

Основные формулы и теоремы

I. Алгебра и начала анализа

1. Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.
2. Свойства функции $y = k/x$ и ее график.
3. Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.
4. Формула корней квадратного уравнения.
5. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
6. Свойства числовых неравенств.
7. Логарифм произведения, степени, частного.
8. Определение и свойства функций $y = \sin(x)$, $y = \cos(x)$ и их графики.
9. Определение и свойства функции $y = \mathrm{tg}x$ и ее график.
10. Решение уравнений вида $\sin(x) = a$, $\cos(x) = a$, $\mathrm{tg}(x) = a$.
11. Формулы приведения.
12. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
13. Тригонометрические функции двойного аргумента.
14. Производная суммы функций.

II. Геометрия

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
3. Признаки параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.
5. Признаки параллелограмма.
6. Окружность, описанная около треугольника.
7. Окружность, вписанная в треугольник.

8. Касательная к окружности и ее свойство.
9. Измерение угла, вписанного в окружность.
10. Признаки подобия треугольников.
11. Теорема Пифагора.
12. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
13. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
14. Признак параллельности прямой и плоскости.
15. Признак параллельности плоскостей.
16. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
17. Перпендикулярность двух плоскостей.
18. Теоремы о параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.

Основные умения и навыки

Экзаменуемый должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений.

2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.

4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

6. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.

7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач.

8. Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

9. Находить экстремум функции с помощью производной.