МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
**«МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ (МАДИ)»**
ВОЛЖСКИЙ ФИЛИАЛ

Кафедра гуманитарных и естественнонаучных дисциплин

Методические указания к лабораторным работам по дисциплине ПРОГРАММИРОВАНИЕ Часть 1

Направление подготовки

09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Направленность (профиль, специализация) образовательной программы

«Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Квалификация

бакалавр

Чебоксары
2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Maple — среда для проведения математических преобразований широкого спектра и создания технической документации. Имеет собственный язык программирования, напоминающий Паскаль. Интерфейс программы позволяет решать множество задач — от элементарных проектных расчётов и алгоритмов до разработки сложных моделей, логического моделирования и обучения математике

Методические указания предназначены для помощи в проведении лабораторных и практических работ по курсу «Программирование» и «Прикладное программирование».

ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Студент обязан перед выполнением каждой лабораторной работы самостоятельно ознакомиться с теоретическим материалом и по ее результатам предоставить отчет.

Отчёт по лабораторной работе оформляется в электронном виде и должен иметь следующую структуру:

1. титульный лист стандартного образца;
2. текст задания;
3. описание последовательности действий, произведенных при выполнении работы (ход работы);
4. заключение;
5. список литературы.

Все страницы должны быть пронумерованы, за исключением титульного листа и оглавления. Все иллюстративные материалы (таблицы, рисунки, схемы) должны иметь название и номер. Например, первую таблицу нумеруют следующим образом: «Таблица 1». Название таблицы должно быть точным, кратким и отражать ее основное содержание, место и время. Его следует помещать по центру над таблицей. Не рекомендуется переносить таблицы с одной страницы на другую.

Схемы, диаграммы, копии экрана в тексте именуются рисунками. Название рисунка помещается по центру под рисунком после сокращения «Рисунок -». Для нумерации рисунков используются такие же принципы, что и для таблиц.

Таблицы и рисунки должны размещаться в тексте после ссылки на них

В данных лабораторных работах используются ЭВМ, на которых установлена операционная система Windows XP, офисный пакет MS Office 2007 и математический пакет Maple.

<u>Задания для самостоятельной работы.</u>

1. Запустите Maple.
2. После запуска Maple первая строка оказывается командной. Переведите ее в текстовую. Наберите в этой строке: «Лабораторная работа №1» и название темы. Перейдите на следующую строку, нажав Enter.
3. В новой строке наберите «Выполнил студент » и свою фамилию. Нажмите Enter.
4. На следующей строке наберите «Задание №1».

В дальнейшем выполнение каждой лабораторной работы должно оформляться таким способом. В начале каждой лабораторной работы следует набирать текст: «Лабораторная работа N», N – номер темы. Выполнение каждого задания следует начинать с текстового комментария типа: «Задание N». После ввода текста перейдите в режим командной строки, чтобы выполнять соответствующие вычисления

.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1. *«Функции и арифметические операции»*

Цель: знакомство с математическим пакетом Maple.

Теоретический материал

Основные математические константы:

Pi – число π;
I – мнимая единица i;
infinity – бесконечность;
Gamma – константа Эйлера;
true, **false** – логические константы, обозначающие истинность и ложность высказывания.

Знаки арифметических операций:

+ - сложение;
– - вычитание;
***** - умножение;
/ - деление;
^ - возведение в степень;
! – факториал.

Знаки сравнения: <, >, >=,<=, <>, =.

Числа бывают действительные (**real**) и комплексные (**complex**). Вещественные числа делятся на целые и рациональные. Рациональные числа могут быть представлены в трех видах:

1) рациональная дробь с использованием оператора деления: 15/17;
2) с плавающей запятой (float): 2.3;
3) в показательной форме: 1,5*10^(-11).

Для того, чтобы записать рациональное число в виде приближенного значения, следует дописывать к целой части числа «.0».

Пример. Вычислить значение

2. Вычислите значение $\dfrac{\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}$. Для этого в командной строке наберите:

```
> (sqrt(6+2*sqrt(5))-sqrt(6-2*sqrt(5)))/sqrt(3);
```

Стандартные функции:

Стандартные функции *Maple*	
Математическая запись	Запись в *Maple*
e^x	`exp(x)`
$\ln x$	`ln(x)`
$\lg x$	`log10(x)`
$\log_a x$	`log[a](x)`
$\sqrt{x}$	`sqrt(x)`
$\lvert x \rvert$	`abs(x)`
$\sin x$	`sin(x)`
$\cos x$	`cos(x)`
$\mathrm{tg} x$	`tan(x)`
$\mathrm{ctg} x$	`cot(x)`
$\sec x$	`sec(x)`
$\mathrm{cosec} x$	`csc(x)`
$\arcsin x$	`arcsin(x)`
$\arccos x$	`arccos(x)`
$\mathrm{arctg} x$	`arctan(x)`
$\mathrm{arcctg} x$	`arccot(x)`
$\mathrm{sh} x$	`sinh(x)`
$\mathrm{ch} x$	`cosh(x)`
$\mathrm{th} x$	`tanh(x)`
$\mathrm{cth} x$	`coth(x)`
$\delta(x)$ - функция Дирака	`Dirac(x)`
$\theta(x)$ - функция Хевиссайда	`Heaviside(x)`

Пример.

Вычислите $\sin^4\frac{\pi}{8}+\cos^4\frac{3\pi}{8}+\sin^4\frac{5\pi}{8}+\cos^4\frac{7\pi}{8}$. Для этого наберите в командной строке:

```
> combine((sin(Pi/8))^4+(cos(3*Pi/8))^4+
(sin(5*Pi/8))^4+ (cos(7*Pi/8))^4);
```

Раскрытие скобок выражения eq осуществляется командой expand(eq).
Пример.

`expand(eq)`. Пример:

```
> eq:=(x+1)*(x-1)*(x^2-x+1)*(x^2+x+1);
```

$$eq := (x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$$

```
> expand(eq);
```

$$x^6-1$$

Разложение многочлена на множители осуществляется командой factor(eq).
Пример.

```
> p:=x^5-x^4-7*x^3+x^2+6*x;
```

$$p := x^5-x^4-7x^3+x^2+6x$$

```
> factor(p);
```

$$x(x-1)(x-3)(x+2)(x+1)$$

Упрощение выражений осуществляется командой simplify(eq).

Пример.

```
> eq:=(cos(x)-sin(x))*(cos(x)+sin(x)):
> simplify(eq);
```

$$2\cos(x)^2-1$$

Приведение подобных членов в выражении осуществляется командой collect (exp, var), где exp – выражение, var – имя переменной, относительно которой следует собирать подобные. В команде simplify в качестве параметров можно указать, какие выражения преобразовать. Стандартные параметры имеют названия:

- power – для степенных преобразований;
- radical или sqrt - для преобразования корней;
- exp - преобразование экспонент;
- Ln - преобразование логарифмов.

Для упрощения выражений, содержащих не только квадратные корни, но и корни других степеней, лучше использовать команду radnormal (eq).

Пример.

```
> sqrt(3+sqrt(3)+(10+6*sqrt(3))^(1/3))=
  radnormal(sqrt(3+sqrt(3)+(10+6*sqrt(3))^(1/3)));
```

$$\sqrt{3+\sqrt{3}+(10+6\sqrt{3})^{1/3}}=1+\sqrt{3}$$

Если забыли параметры какой-либо команды, то можно воспользоваться справочной системой Maple. Для вызова справки по конкретной команде, следует выделить набранное имя этой команды и нажать клавишу F1.

Задания

Задание 1. Вычислить

1. a) $\sqrt[3]{12}\cdot\sqrt[3]{4(\sqrt{15}-\sqrt{6})\cdot 4(\sqrt{15}+\sqrt{6})}$;

   b) $(\log_2 36\cdot\log_3 2)\cdot\log_6 3$;

2. a) $(\sqrt{(\sqrt{5}-2{,}5)^2}-\sqrt[3]{(2-\sqrt{5})^3})^2+0{,}75$;

   b) $\log_4 48+6^{\frac{1}{\lg 24}}\cdot 4^{\frac{1}{\lg 24}}-\log_4 3$;

3. a) $(\sqrt{(2{,}5)^2-5\sqrt{8}+8}-\sqrt[3]{(\sqrt{8}-3)^3})^2-(1{,}5)^2$;

   b) $\log_5 2+3^{\frac{1}{\lg 6}}\cdot 2^{\frac{1}{\lg 6}}-\log_5 250$;

6. a) $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2\cdot\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$;

   b) $\lg(16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}}+36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}})$

7. a) $\sqrt{3-\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4]{14+6\sqrt{5}}$;

   b) $\log_4(27^{\frac{\log_5 2}{\log_5 3}}\cdot 25^{\frac{\log_3 2}{\log_3 5}})$

8. a) $(1{,}2\sqrt[3]{7\sqrt[3]{7\sqrt{7}}}-0{,}2\sqrt{7})^2$;

   b) $(\log_7 35+(1-\log_7^2 35)\log_{245} 7)\cdot 3^{\log_3 7}$

4. a) $\sqrt[5]{(2\sqrt{2}-2)\cdot(2\sqrt{2}+2)}\cdot\sqrt[5]{256}$;

b) $2\log_3 8\cdot\log_2 3-2^{\log_6 7}3^{\log_6 7}$

5. a) $(2{,}7\sqrt[5]{9\sqrt{9\sqrt{9}}}+0{,}3\sqrt[10]{3^7})^{\frac{10}{17}}$;

b) $((1-\log_5^2 35)\log_{175}5+\log_5 35)\cdot 2^{\log_2 5}$

9. a) $\sqrt{\sqrt{17-12\sqrt{2}}+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}$;

b) $(\frac{\log_7 196}{\log_4 7}-\frac{\log_7 28}{\log_{28} 7})\cdot\log_{49}\sqrt{7}$;

10. a) $\sqrt{\sqrt{43+24\sqrt{3}}-\sqrt{52-30\sqrt{3}}}$;

b) $(\frac{\log_5 150}{\log_6 5}-\frac{\log_5 30}{\log_{30} 5})\cdot\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 25$;

Задание 2. Вычислите

1.	$\cos\frac{\pi}{3}+\mathrm{tg}\frac{14\pi}{3}$	6.	
2.		7.	
3.	$8\cos\frac{4\pi}{9}\cos\frac{2\pi}{9}\cos\frac{\pi}{9}$	8.	
4.	$6-2\sin\pi-3\cos\pi+2\sin\frac{\pi}{2}\cdot\cos 2\pi$	9.	
5.	$\mathrm{arctg}3-\arcsin\frac{\sqrt{5}}{5}$	10.	

Задание 3. Разложить многочлен на множители

.1. x^3+2x^2-x-2

2. $6x^3+17x^2-5x-6$

3. $x^4+2x^3+3x^2+4x+2$

.5. x^2+5x+6

6. $x^5-x^4-7x^3+x^2+6x$

7. $\frac{x^3-y^3}{x^4-y^4}$

Задание 4. Раскрыть скобки

.1. $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

.2. $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$

.3. $(a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

.4. $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

.5. $(a^2+b^2-\sqrt{2}ab)(a^2+b^2+\sqrt{2}ab)$

.6. $(a-b)(a^2+ab+b^2)$

.7. $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

Задание 5. Упростить выражение

.1. $\frac{1+\sin(2a)}{\sin a+\cos a}-\frac{1-tg^2(a/2)}{1+tg^2(a/2)}$

.2. $\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha)+\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)\sin(\frac{\pi}{6}+\alpha)$

.3. $\frac{\sin 2\alpha-\sin 3\alpha+\sin 4\alpha}{\cos 2\alpha-\cos 3\alpha+\cos 4\alpha}$

4. $\frac{1}{4}(\cos(3\alpha)+3\cos(\alpha))$

.5. $4\cos^3(\alpha)-3\cos(\alpha)$

Задание 6. С помощью команд преобразования выражений получить равенство

.1. $(\sin\alpha+\sin\beta)^2+(\cos\alpha+\cos\beta)^2=2+2\cos(\alpha-\beta)$

.2. $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=3-2\sqrt{2}$

.3. $\frac{\sin(2\alpha)-\sin(3\alpha)+\sin(4\alpha)}{\cos(2\alpha)-\cos(3\alpha)+\cos(4\alpha)}=tg(3\alpha)$

.4. $\frac{tg(\beta)+tg(\alpha)}{1-tg(\beta)\cdot tg(\alpha)}=tg(\alpha+\beta)$

.5. $\frac{ctg(\alpha)\cdot ctg(\beta)-1}{ctg(\alpha)+ctg(\beta)}=ctg(\alpha+\beta)$

6. $4\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\alpha}{2}\right)=3\cdot\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)-\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

7. $4\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\alpha}{2}\right)=4\cdot\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)-1$

8. $\frac{1}{8}(\cos(4\alpha)+4\cdot\cos(2\alpha)+3)=\cos^4(\alpha)$

9. $\frac{1+\sin(2\alpha)+\cos(2\alpha)}{1+\sin(2\alpha)-\cos(2\alpha)}=ctg(\alpha)$

.10. $-\frac{\sin(\alpha)\cdot\cos(\alpha)}{-1+\cos^2(\alpha)}=ctg(\alpha)$

Контрольные вопросы.

1. Что такое *Maple* и для чего он предназначен?
2. Опишите основные элементы окна *Maple*.
3. На какие условные части делится рабочее поле *Maple* и что в этих частях отображается?
4. Как перевести командную строку в текстовую и наоборот (несколько вариантов)?
5. В каком режиме проходит сеанс работы в *Maple*?
6. Перечислите пункты основного меню *Maple* и их назначение.
7. Какое стандартное расширение присваивается файлу рабочего листа *Maple*?
8. Как представляются в *Maple* основные математические константы?
9. Опишите виды представления рационального числа в *Maple*.
10. Как получить приближенное значение рационального числа?
11. Для чего служит символ процента (%)?
12. Какими разделительными знаками заканчиваются команды в *Maple* и чем они отличаются?
13. Какой командой осуществляется вызов библиотеки подпрограмм
14. Правила работы с комплексными числами.
15. Символы «; » и «: ».

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2. «*Решение уравнений и неравенств»*

Цель: Получение практических навыков решения математических моделей на основе уравнений с одной переменной с помощью компьютерных программ.

Теоретический материал

1. Решение уравнений с одной переменной.

Для решения линейных уравнений существует универсальная команда я **Solve (f, var),** где **f** – функция ряда переменных, **var –** переменная, по которой ищется решение. В результате выполнения этой команды в строке вывода появится выражение, которое является решением данного уравнения.

Пример. Решить уравнение x^3-2x+1=0

Если уравнение имеет несколько решений, которые понадобятся для дальнейших расчетов, то команде solve следует присвоить какое-нибудь имя name. Обращение к какому-либо k–ому решению данного уравнения производится указанием его имени с номером решения k в квадратных скобках: name[k].

```
> x:=solve(x^2-a=0,x);
```

$$x := -\sqrt{a}, \sqrt{a}$$

```
> x[1];
```

$$-\sqrt{a}$$

```
> x[2];
```

$$\sqrt{a}$$

```
> x[1]+x[2];
```

$$0$$

Для получения корней уравнений в численном виде используют функцию **Evalf** или **Convert.**

Evalf (Solve (f, var)).

<u>Численное решение уравнений.</u>

Для численного решения уравнений, в тех случаях, когда трансцендентные уравнения не имеют аналитических решений, используется специальная команда `fsolve(eq,x)`, параметры которой такие же, как и команды `solve`. Например:

```
> x:=fsolve(cos(x)=x,x);
```

$$x := .7390851332$$

Решение тригонометрических уравнений.

Команда `solve`, примененная для решения тригонометрического уравнения, выдает только главные решения, то есть решения в интервале $[0,2\pi]$. Для того, чтобы получить все решения, следует предварительно ввести дополнительную команду `_EnvAllSolutions:=true`. Например:

```
> _EnvAllSolutions:=true:
> solve(sin(x)=cos(x),x);
```

$$\frac{1}{4}\pi + \pi\_Z\sim$$

В *Maple* символ *_Z~* обозначает константу целого типа, поэтому решение данного уравнения в привычной форме имеет вид $x := \pi/4 + \pi n$, где n – целые числа.

Решение трансцендентных уравнений.

При решении трансцендентных уравнений для получения решения в явном виде перед командой `solve` следует ввести дополнительную команду `_EnvExplicit:=true`. Пример решения сложной системы трансцендентных уравнений и упрощения вида решений:

```
>eq:={ 7*3^x-3*2^(z+y-x+2)=15, 2*3^(x+1)+
3*2^(z+y-x)=66, ln(x+y+z)-3*ln(x)-ln(y*z)=-ln(4) }:
> _EnvExplicit:=true:
> s:=solve(eq,{x,y,z}):
> simplify(s[1]);simplify(s[2]);
```

$$\{x=2, y=3, z=1\}, \{x=2, y=1, z=3\}$$

Для построения графика используется функция **Plot (f, var= $\mathbf{var_1}$ .. $\mathbf{var_2}$)**
где var_1 – начальное значение переменной;
var_2 – конечное значение переменной

Пример 8. Решение неравенств.

```
> solve((x+3)/(4-x)>4,x);
```

$$\mathrm{RealRange}\left(\mathrm{Open}\left(\frac{13}{5}\right), \mathrm{Open}(4)\right)$$

```
> solve((x+3)/(4-x)>4,{x});
```

$$\{\frac{13}{5} < x, x < 4\}$$

```
> solve(log[1/2](log[2](x^2-8))>=-1);
```

$$\mathrm{RealRange}(\mathrm{Open}(-2\sqrt{3}), \mathrm{Open}(-3)), \mathrm{RealRange}(\mathrm{Open}(3), \mathrm{Open}(2\sqrt{3}))$$

```
> solve({log[1/2](log[2](x^2-8))>=-1});
```

$$\{-2\sqrt{3} < x, x < -3\}, \{3 < x, x < 2\sqrt{3}\}$$

В примере 8 решены два неравенства, для каждого из которых построено решение в виде множества и в форме действительных интервалов.

Решение уравнений в численном виде

Для решения уравнений в численном виде используется функция `fsolve`:

```
> f := x -> x^4 - 4 * x^3 + 2 * x^2 - 4 * x + 1:
  fsolve(f(x), x);
```

$0.2679491924, 3.732050808$

Функция `fsolve` позволяет задавать интервал, на котором ищется решение, а также искать корни полинома в комплексной форме:

```
> f := x -> x^4 - 4 * x^3 + 2 * x^2 - 4 * x + 1:
  fsolve(f(x), x = 2 .. 4);
```

3.732050808

```
> fsolve(f(x), x, complex);
```

$-1.I, 1.I, 0.2679491924, 3.732050808$

Аналогично решаются системы уравнений:

```
> f := (x, y) -> sin(x + y) - exp(x) * y:
  g := (x, y) -> x^2 - y - 2:
  fsolve({f(x, y), g(x, y)}, {x = 0, y = 0});
```

$\{x = -1.552838698, y = -0.6687012050\}$

Задания

Задание 1. Вычислите корни уравнения с помощью функции **Solve (f, var).** Постройте график функции.

Номер варианта	Уравнение	Пояснения
1	$(0,2\,x)^3 = \cos x$	—
2	x -10sin x = 0	—
3	$2^{-x} = \sin x$	При $x< 10$
4	2^x - 2 cos x = 0	При x>-10

5	$\lg(x+5)=\cos x$	При $x<5$
6	$\sqrt{4x+7}=3\cos x$	—
7	$x\sin x-1=0$	—
8	$8\cos x-x=6$	—
9	$\sin x-0{,}2x=0$	—
10	$10\cos x-0{,}1x^2=0$	—

Задание 2.

1. $x^5-x-0{,}2=0$
2. $x^4+2x^3-x-1=0$
3. $x^3-0{,}2x^2-0{,}2x-1{,}2=0$
4. $x^4+0{,}8x^3-0{,}4x^2-1{,}4x-1{,}2=0$
5. $x^4-4{,}1x^3+x^2-5{,}1x+4{,}1=0$
6. $x^3-2x^2+x-3=0$
7. $x^4+0{,}5x^3-4x^2-3x-0{,}5=0$
8. $x^3-x^2+2x-3=0$
9. $x^4-3x^2+75x-10000=0$
10. $x^3-6x+20=0$

Задание 3. Решить неравенство

1. $x^2(x+2)(x-1)^3(x^2+1)>0$
2. $\dfrac{x^2(x-1)^3(x+2)}{x-3}<0$
3. $\sqrt{x-5}-\sqrt{9-x}>1$
4. $\sqrt{1-3x}-\sqrt{5+x}>1$
5. $\sqrt{4-\sqrt{1-x}}-\sqrt{2-x}>0$
6. $x+4<\sqrt{x+46}$
7. $\dfrac{4-\sqrt{x+1}}{1-\sqrt{x+3}}\le 3$
8. $|x^2-1|-2x<0$
9. $|4-3x|\le 1/2$
10. $x^2+2|x+3|-10\le 0$

Контрольные вопросы

1. Команда *solve*( ), ее предназначение и синтаксис.
2. Команда *fsolve*( ), ее предназначение и синтаксис.
3. Команда *isolve*( ), ее предназначение и синтаксис.
4. Команда *assign*( ), ее предназначение и синтаксис.
5. Какой интервал чисел по умолчанию использует система Maple при решении тригонометрических уравнений с помощью команды *solve*( )?
6. С помощью каких команд осуществляется проверка полученного решения уравнений?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3. «*Построение графиков*»

Цель: Получение студентами базовых навыков работы с двумерными графиками в среде Maple, ознакомление с основными типами графиком и настройкой отображения

Теоретический материал

Двумерные графики

Команда plot и ее параметры.

Для построения графиков функции f(x) одной переменной (в интервале по оси Ox и в интервале по оси Oy) используется команда plot(f(x), x=a..b, y=c..d, parameters), где parameters – параметры управления изображением. Если их не указывать, то будут использованы установки по умолчанию. Настройка изображения также может осуществляться с панели инструментов.

Основные параметры команды plot:

1) title=”text”, где text-заголовок рисунка (текст можно оставлять без кавычек, если он содержит только латинские буквы без пробелов).
2) coords=polar – установка полярных координат (по умолчанию установлены декартовы).
3) axes – установка типа координатных осей: axes=NORMAL – обычные оси; axes=BOXED – график в рамке со шкалой; axes=FRAME – оси с центром в левом нижнем углу рисунка; axes=NONE – без осей.
4) scaling – установка масштаба рисунка: scaling=CONSTRAINED – одинаковый масштаб по осям; scaling=UNCONSTRAINED – график масштабируется по размерам окна.
5) style=LINE(POINT) – вывод линиями (или точками).
6) numpoints=n – число вычисляемых точек графика (по умолчанию n=49).
7) color – установка цвета линии: английское название цвета, например, yellow – желтый и т.д.
8) xtickmarks=nx и ytickmarks=ny – число меток по оси Ox и оси Oy, соответственно.
9) thickness=n, где n=1,2,3… - толщина линии (по умолчанию n=1).
10) linestyle=n – тип линии: непрерывная, пунктирная и т.д. (n=1 – непрерывная, установлено по умолчанию).
11) symbol=s – тип символа, которым помечают точки: BOX, CROSS, CIRCLE, POINT, DIAMOND.
12) font=[f,style,size] – установка типа шрифта для вывода текста: f задает название шрифтов: TIMES, COURIER, HELVETICA, SYMBOL; style задает стиль шрифта: BOLD, ITALIC, UNDERLINE; size – размер шрифта в pt.
13) labels=[tx,ty] – надписи по осям координат: tx – по оси Ox и ty – по оси Oy.
14) discont=true – указание для построения бесконечных разрывов.

С помощью команды plot можно строить помимо графиков функций y=f(x), заданной явно, также **графики функций, заданных параметрически** y=y(t), x=x(t), если записать команду plot([y=y(t), x=x(t), t=a..b], parameters).

Построение графика функции, заданной неявно.
Функция задана неявно, если она задана уравнением $F(x, y) = 0$. Для построения графика неявной функции используется команда implicitplot из графического пакета plots: implicitplot(F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2).

Вывод текстовых комментариев на рисунок.
В пакете plots имеется команда textplot для вывода текстовых комментариев на рисунок: textplot([xo,yo,'text'], options), где xo, yo – координаты точки, с которой начинается вывод текста 'text'.

Вывод нескольких графических объектов на один рисунок.
Часто бывает необходимо совместить на одном рисунке несколько графических объектов, полученных при помощи различных команд, например, добавить графику, нарисованному командой plot, текстовые надписи, полученные командой textplot. Для этого результат действия команды присваивается некоторой переменной:
\> p:=plot(…): t:=textplot(…):

При этом на экран вывод не производится. Для вывода графических изображений необходимо выполнить команду из пакета plots:
\> with(plots): display([p,t], options).

Построение двумерной области, заданной неравенствами.
Если необходимо построить двумерную область, заданную системой неравенств, то для этого можно использовать команду inequal из пакета plots. В команде inequals({f1(x,y)>c1,…,fn(x,y)>cn}, x=x1…x2, y=y1..y2, options) в фигурных скобках указывается система неравенств, определяющих область, затем размеры координатных осей и параметры. Параметры регулируют цвета открытых и закрытых границ, цвета внешней и внутренней областей, а также толщину линий границ:

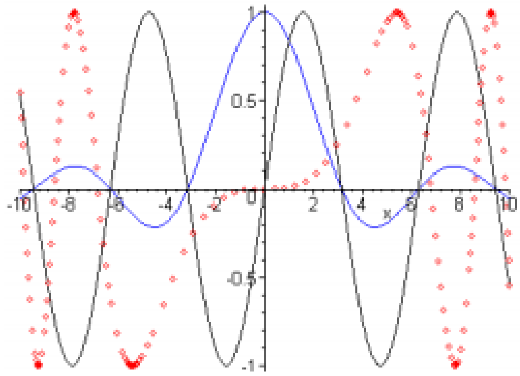
- optionsfeasible=(color=red) – установка цвета внутренней области;
- optionsexcluded=(color=yellow) – установка цвета внешней области;
- optionsopen(color=blue, thickness=2) – установка цвета и толщины линии открытой границы;
- optionsclosed(color=green,thickness=3) – установка цвета и толщины линии закрытой границы.

Пример.

Построить графики трех функций sin(x), sin(x)/x, sin(x^3/100) линиями трех цветов и трех типов.

```
> plot([sin(x),sin(x)/x, sin(x^3/100)],
x=10..10,color=[black,blue,red],style=[line,line,point]);
```

Результат представлен на рисунке 10.1.



Задания

Задание 1

1) Изучить средства работы с двумерной графикой языка Maple.
2) Построить график явно заданной функции, согласно варианта задания.
3) Добавить на график легенду, подписи к осям и выбрать необходимый шрифт и кегль.
4) Добавить к заданной функции переменную анимации и построить анимированный график.
5) Построить график неявно заданной функции, согласно варианта задания.
6) Добавить на график легенду, подписи к осям и выбрать необходимый шрифт и кегль.
7) Построить график функции заданной параметрически, согласно варианта задания.
8) Добавить на график легенду, подписи к осям и выбрать необходимый шрифт и кегль.

№	Явно заданная функция	Неявно заданная функция
1	$y(x)=\frac{1}{tg(x)+1}+\frac{\sqrt{\sin(x+4x^2)}}{e+\sin(x^{0.31})}$	$\sin(x)+\frac{\ln(x^2)}{12\cdot\cos(1/x)}\cdot\sqrt{y}$
2	$y(x)=\frac{\ln(x-3)}{\cos(x)+1}+\frac{tg(x^2+3)}{x^2+\exp(x)}$	$tg(x^2)+\frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{\ln(y)}}+\cos^2(y)$
3	$y(x)=\frac{\pi+\arccos(x)}{sh(x)}+\frac{J_0(x^2)}{\cos(x)^2}$	$\cos(\ln(y))+\cos(x)^{\cos(1/y)}\cdot tg(x)$
4	$y(x)=\frac{\cos(\ln(x))}{1-\exp(1/x)}+\exp(-x^2)$	$\sin(x)^{\frac{\ln(x^2)}{\cos(x^2)}}+tg(y)$
5	$y(x)=\frac{arctg(x^2)}{ch(x-1)+1}+\frac{\cos(\pi^2+x)}{\sqrt{1-16x^2}}$	$\cos(x^2)+\frac{\exp(x^2)}{\sin(y)+\cos(x)}\cdot\ln(y)$
6	$y(x)=\frac{\sqrt{\sin(x)+th(x)}}{x^3+3x+1}+\frac{tg(x-2)}{\sqrt{x^5-3}}$	$y(x)=\frac{\sqrt{\sin(x)+th(x)}}{x^3+3x+1}+\frac{tg(x-2)}{\sqrt{x^5-3}}$

7	$y(x)=\frac{\sin(x+\sqrt{\arcsin(x^2)})}{\sqrt{1+\cos(x^2)^2}+\mathrm{sh}(x)}+1$	$\sqrt{tg(x^2)}+\frac{4^{x+y}}{3+\cos(\exp(y))}+\ln\left(\frac{x}{y}\right)$
8	$y(x)=\frac{1}{tg(x)+1}+\frac{\sqrt{\sin(x+4x^2)}}{e+\sin(x^{0.31})}$	$tg(x)^{\sin(x)}+\frac{x^2+y^3}{\cos(2\cdot\pi\cdot\ln(y))}+y^{\ln(x)}$
9	$y(x)=\cfrac{1}{\mathrm{tg}(x)+\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{\cos(x)+\cfrac{1}{x^2+2}}}}$	$\ln(x)+\frac{123}{1+\mathrm{tg}(y)}+\sqrt{x}$
10	$y(x)=\cfrac{1}{\mathrm{ctg}(x)+\cfrac{1}{14-\cfrac{\exp(x)}{1-\sin(x-\sqrt{x})}}}$	$18\cdot\cos(3x)+\frac{\sqrt{x}}{x+\cos(y)}+\sqrt{y}$

Задание 2. Построить график $y=\frac{\sin(x)}{x}$ жирной линией в интервале от -4p до 4p .

Задание 3. Построить график разрывной функции $y=\frac{x}{x^2-1}$.

Задание 4. Построить график параметрической кривой $y=\sin 2t$, $x=\cos 3t$, $0\le t\le 2\pi$ в рамке.

Задание 5. Построить в полярных координатах график кардиоиды $\rho=1+\cos\varphi$ с названием.

Задание 6. Построить два графика на одном рисунке: график функции $y=\ln(3x-1)$ и касательную к нему $y=\frac{3}{2}x-\ln 2$.

Задание 7. Построить график неявной функции (гиперболы): $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=16$

Трехмерные графики

График поверхности, заданной явной функцией.

График функции $z=F(x,y)$ можно нарисовать, используя команду plot3d(f(x,y), x=x1…x2, y=y1…y2, options). Параметры этой команды частично совпадают с параметрами команды plot. К часто используемым параметрам команды plot3d относится light=[angl1, angl2, c1, c2, c3] – задание подсветки поверхности, создаваемой источником света из точки со сферическими координатами (angl1, angl2). Цвет определяется долями красного (c1), зеленого (c2) и синего (c3) цветов, которые находятся в интервале [0,1]. Параметр style=opt задает стиль рисунка: POINT –точки, LINE – линии, HIDDEN – сетка с удалением невидимых линий, PATCH – заполнитель (установлен по умолчанию), WIREFRAME – сетка с выводом невидимых линий, CONTOUR – линии уровня, PATCHCONTOUR – заполнитель и линии уровня. Параметр shading=opt задает функцию интенсивности заполнителя, его значение равно xyz – по умолчанию, NONE – без раскраски.

График поверхности, заданной параметрически.
Если требуется построить поверхность, заданную параметрически: x=x(u,v), y=y(u,v), z=z(u,v), то эти функции перечисляются в квадратных скобках в команде: plot3d([x(u,v), y(u,v), z(u,v)], u=u1..u2, v=v1..v2).

График поверхности, заданной неявно.
Трехмерный график поверхности, заданной неявно уравнением , строится с помощью команды пакета plot: implicitplot3d(F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2), где указывается уравнение поверхности и размеры рисунка по координатным осям.

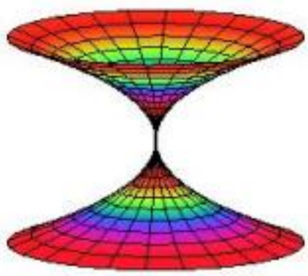
График пространственных кривых.
В пакете plot имеется команда spacecurve для построения пространственной кривой, заданной параметрически: . Параметры команды:
> spacecurve([x(t),y(t),z(t)],t=t1..t2), где переменная t изменяется от t1 до t2.

Пример.

Построить поверхность h^2 в цилиндрической системе координат.

```
> plot3d(h^2,a=-Pi..Pi,h=-5..5, coords=cylindrical,
style=patch, color=sin(h));
```

Результат представлен на рисунке 10.2



Задания

Задание 8.

1) Изучить средства работы с трехмерной графикой языка Maple.
2) Построить график явно заданной функции, согласно варианта задания.
3) Добавить на график легенду, подписи к осям и выбрать необходимый шрифт и кегль.
4) Добавить к заданной функции переменную анимации и построить анимированный график

№ в-та	Явно заданная функция
1.	$z(x,y)=\dfrac{1}{\operatorname{tg}(x)+1}+\dfrac{\sqrt{\sin(x+4y^2)}}{e\cdot y+\sin(x^{0.31})}$
2.	$z(x,y)=\dfrac{\ln(x+y)}{\cos(x)+y}+\dfrac{\operatorname{tg}(x^2+3)}{x^2+\exp(y)}$
3.	$z(x,y)=\dfrac{\pi+\arccos(x)}{\operatorname{sh}(y)}+\dfrac{J_0(y^2)}{\cos(x)^2}$
4.	$z(x,y)=\dfrac{\cos(\ln(x))}{1-\exp(1/y)}+\exp(-x^2)$
5.	$z(x,y)=\dfrac{\operatorname{arctg}(x^2)}{\operatorname{ch}(y-1)+1}+\dfrac{\cos(\pi^2+x)}{\sqrt{1-16y^2}}$
6.	$z(x,y)=\dfrac{\sqrt{\sin(x)+\operatorname{th}(y)}}{x^3+3y+1}+\dfrac{\operatorname{tg}(y-2)}{\sqrt{x^5-3}}$
7.	$z(x,y)=\dfrac{\sin(y+\sqrt{\arcsin(x^2)})}{\sqrt{1+\cos(y^2)^2+\operatorname{sh}(x)}}+1$
8.	$z(x,y)=\dfrac{1}{\operatorname{tg}(x)+1}+\dfrac{\sqrt{\sin(y+4x^2)}}{e+\sin(y^{0.31})}$
9.	$z(x,y)=\cfrac{1}{\operatorname{tg}(x)+\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{\cos(y)+\cfrac{1}{x^2+2}}}}$
10.	$z(x,y)=\cfrac{1}{\operatorname{ctg}(y)+\cfrac{1}{14-\cfrac{\exp(x)}{\sin(y-\sqrt{x})}}}$

Задание 9. Выполнить построение двух поверхностей $z = x\cdot\sin 2y + y\cdot\cos 3x$ и $z=\sqrt{x^2+y^2}-7$ в пределах $(x,y)\in[-\pi;\pi]$.

Задание 10. Построить поверхность $z=\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{0{,}2}{(x+1{,}2)^2+(y-1{,}5)^2}+\dfrac{0{,}3}{(x-0{,}9)^2+(y+1{,}1)^2}$

Задание 11. Построить шар $x^2+y^2+z^2=4$

Задание 12. Построить пространственную кривую: $x=\sin t$, $y=\cos t$, $z=e^t$

Контрольные вопросы

1. С помощью каких команд строятся графики на плоскости и в пространстве? Какие аргументы имеют эти команды?
2. Как называется пакет дополнительных графических команд?
3. С помощью какой команды можно построить график неявной функции? Опишите ее параметры
4. Для чего предназначена команда display?

5. Какая команда позволяет построить двумерную область, заданную системой неравенств?
6. С помощью какой команды можно построить график пространственной кривой?
7. Какие возможности предоставляют команды animate и animate3d?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4. «Решение систем уравнений и неравенств»

1. Решение системы линейных уравнений

Цель: Получение практических навыков решения математических моделей на основе систем линейных и нелинейных уравнений и неравенств несколькими способами и с помощью Maple

Теоретический материал

Способ 1. При решении систем уравнений они и список переменных в Maple задаются как множества, то есть в фигурных скобках:

Solve ({f1, f2 , …}, {var1, var2, …})

где f1, f2 – первая и вторая функции соответственно;

var1, var2 – первая и вторая переменные соответственно;

Способ 2. Решение систем линейных уравнений матричным методом в Maple реализуют два класса функций:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2; \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

1) функции для задания матриц и векторов:

A:= matrix (n,m, [[a_{11}, a $_{12}$, …], [a_{21}, a $_{22}$, …], …]),

где $n \times m$ размерность матрицы

B:= vector [b_1, b_2, …] – возвращает вектор с n элементами.

2) функции для работы с матрицами и векторами:

X:= multiply (inverse (A), B);

где multiply (A, B) – возвращает произведение матриц A и B.

Inverse (A) – возвращает матрицу, обратную A.

Для построения графика используется функция

With (plot)

Implicitplot ({f1, f2 , …}, var(1)= var$_1$ .. var$_2$, var(2)= var$_1$ .. var$_2$, …)

где var(1) – первая переменная;

var(2) – вторая переменная;

var$_1$ – начальное значение переменной;

var$_2$ – конечное значение переменной

Задание 1.

Решить систему линейных уравнений с помощью программного продукта Maple. Построить график функции.

1) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 24 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 13 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 18 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 7 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 7 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 5 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -2 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 10x_4 = 13 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x_1+x_2+2x_3-4x_4=7 \\ x_1+x_2+3x_3-2x_4=14 \\ 2x_1+3x_2+x_3-x_4=23 \\ 4x_1+2x_2-x_3+x_4=27 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x_1+3x_2-4x_3+2x_4=13 \\ 3x_1+x_2-x_3+2x_4=7 \\ x_1+3x_2+x_3-2x_4=1 \\ 2x_1-x_2+3x_3-4x_4=-7 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3-x_4=1 \\ x_1+x_2-x_3+2x_4=10 \\ x_1-x_2+x_3+3x_4=17 \\ -x_1+2x_2+3x_3+x_4=17 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1+3x_2-2x_3+x_4=-3 \\ 2x_1-2x_2+3x_3-3x_4=8 \\ 2x_1+3x_2-3x_3+x_4=-4 \\ x_1-3x_2+x_3+5x_4=3 \end{cases}$ 7) $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3+2x_4=13 \\ x_1-x_2+2x_3-3x_4=2 \\ x_1+2x_2-3x_3+x_4=5 \\ 2x_1-3x_2+x_3-x_4=0 \end{cases}$ 10) $\begin{cases} x_1-x_2-x_3-x_4=8 \\ 2x_1+x_2-x_3-x_4=6 \\ 3x_1-x_2+x_3-x_4=10 \\ 4x_1+x_2-3x_3+x_4=4 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3+2x_4=0 \\ 2x_1+x_2-3x_3+x_4=1 \\ 2x_1+2x_2-3x_3+2x_4=1 \\ 3x_1-x_2+3x_3+3x_4=2 \end{cases}$

2. Решение системы нелинейных уравнений

Цель: Получение практических навыков решения математических моделей на основе систем нелинейных уравнений с помощью компьютерных программ.

Теоретический материал

При решении систем уравнений они и список переменных в Maple задаются как множества, то есть в фигурных скобках:

Solve ({f1, f2 , …}, {var1, var2, …})

где f1, f2 – первая и вторая функции соответственно;

var1, var2 – первая и вторая переменные соответственно;

Для построения графика используется функция

With (plot)

Implicitplot ({f1, f2 , …}, var(1)= var$_1$ .. var$_2$, var(2)= var$_1$ .. var$_2$, …)

где var(1) – первая переменная;

var(2) – вторая переменная;

var$_1$ – начальное значение переменной;

var$_2$ – конечное значение переменной

3. Решение системы неравенств

Задания 2

Решить систему нелинейных уравнений с помощью программного продукта Maple. Построить график функции

Задание 3. Решить систему неравенств

.Вариант	Условие	Вариант	Условие
1	$\begin{cases} 3-x>0, \\ 9-x^2>0 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 2x^2-x>0, \\ 2x+2>0, \\ \log_4(2x+2)\neq 0; \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3-x>0, \\ 9-2^x>0; \end{cases}$	7	$\begin{cases} \lvert x^2+5x\rvert<6, \\ \lvert x+1\rvert<2; \end{cases}$
3	$\begin{cases} \dfrac{x}{x-3}+\dfrac{x-5}{x}<\dfrac{2x}{3-x} \\ \log_{\sqrt{2}}(x-1)<4 \end{cases}$	8	$\begin{cases} \lvert x^2-4x\rvert<5 \\ \lvert x+1\rvert<3 \end{cases}$
4	$\begin{cases} \dfrac{x+8}{x+2}>2 \\ \lg(x+1)<1 \end{cases}$	9	$\begin{cases} \sqrt{4x-7}<x \\ \sqrt{x+5}+\sqrt{5-x}>4; \end{cases}$
5	$\begin{cases} \sqrt{x^2-9x+20}\leq\sqrt{x-1} \\ \sqrt{x-1}\leq\sqrt{x^2-13} \end{cases}$	10	$\begin{cases} x^2-3x<2-x, \\ x^2-3x>x-2; \end{cases}$

Контрольные вопросы

1. Назовите функции для решения систем уравнений в Maple и особенности их применения. Дайте их сравнительную характеристику.
2. Какие выражения недопустимы внутри блока решения уравнения?
3. Какие способы решения систем линейных алгебраических уравнений реализуются в Maple?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5. «*Дифференцирование и интегрирование»*

Цель: Получение практических навыков вычисления дифференциалов и интегралов с помощью компьютерной программы.

Теоретический материал

Для вычисления производных в Maple имеются две команды:

1) прямого исполнения - **diff(f,x)**, где *f* – функция, которую следует продифференцировать, *x* – имя переменной, по которой производится дифференцирование;

2) отложенного исполнения – **Diff(f,x)**, где параметры команды такие же, как и в предыдущей. После выполнения дифференцирования, полученное выражение желательно упростить. Для этого следует использовать команды **simplify**, **factor** или **expand**, в зависимости от того в каком виде нужен результат.

Пример 1. Вычислить с помощью программы для компьютера значение производной заданной функции в точке *x*.

Для вычисления производной в пакете Maple следует в командном окне ввести команду вида: diff(f(x), var), возвращающую значение первой производной функции по некоторой переменной; эта же команда в виде diff (f(x), var $n) позволяет получить значение производной n-го порядка.

Дифференцирование выражения $\sqrt[3]{x}\,2^{\cos 5x}$ показано на рисунке Полученный результат затем преобразован с помощью команды simplify (упростить).

```
> diff((x)^(1/3)*2^cos(5*x),x);
```

$$\frac{1}{3}\,\frac{2^{\cos(5x)}}{x^{\left(\frac{2}{3}\right)}} - 5x^{\left(\frac{1}{3}\right)}2^{\cos(5x)}\sin(5x)\ln(2)$$

```
> simplify (1/3/x^(2/3)*2^cos(5*x)-5*x^(1/3)*2^cos(5*x)*sin(5*x)*ln(2));
```

$$\frac{1}{3}\,\frac{2^{\cos(5x)}(-1+15x\sin(5x)\ln(2))}{x^{\left(\frac{2}{3}\right)}}$$

Пример 2. Вычислить с помощью программы для компьютера значение интеграла заданной функции на отрезке [a; b].

Численное значение определенного интеграла в системе Maple реализует функция evalf(int<функция>, x=a..b). На рисунке приведены результаты интегрирования двух функций:

а) $x^2\sin x$; б). $\frac{1}{\sqrt{0{,}5x^2+2}}$

```
>evalf(int(x^2*sin(x), x=0..1));

                    . 223244276

> evalf(int(1/sqrt(0.5*x^2+2), x=-1..3));

2.370186635
```

Задания

Задание 1. Вычислить с помощью программы значение производной заданной функции в точке x.

Задание 2. Вычислить с помощью программы для компьютера значение интеграла заданной функции

1. a) $\int e^{x^2+3} x dx$; b) $\int \frac{x^3}{x^2-4} dx$; c) $\int x \sin 2x dx$.

2. a) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^3}}$; b) $\int \frac{x^3+2}{x^2-2x-3} dx$; c) $\int \ln x dx$

3. a) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$; b) $\int \frac{x^3+2}{x^2+4x+5}$; c) $\int x e^{3x} dx$.

4. a) $\int \frac{x^3 dx}{1+x^8}$; b) $\int \frac{x^3-3}{x^2+6x+7} dx$; c) $\int \arcsin x dx$.

5. a) $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x+3}}$; b) $\int \frac{x^3+4}{x^2+4x+4} dx$; c) $\int x^2 \ln x dx$.

6. a) $\int \sin^3 x \cos x dx$; b) $\int \frac{x^3-2}{x^2-3x+2} dx$; c) $\int \arccos 2x dx$

7. a) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}$; b) $\int \frac{x^3}{x^2+x+1} dx$; c) $\int x \cos 3x dx$

8. a) $\int \frac{e^{2x} dx}{4+e^{2x}}$; b) $\int \frac{x^3-4}{x^2+5x+6} dx$ c) $\int \arcsin 2x dx$

9. a) $\int \sin x \cos^2 x dx$; b) $\int \frac{x^3+2}{x^2+2x+4} dx$; c) $\int x^3 \ln x dx$

10. a) $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^{10}-3}}$; b) $\int \frac{x^3-2}{x^2-4x+3} dx$ c) $\int \arccos 5x dx$

Задание 3. Вычислить с помощью программы для компьютера значение интеграла заданной функции на отрезке $[a; b]$.

1. $\int_0^1 (\sqrt{x}-1)^2\,dx$.

2. $\int_3^{10} \sqrt[3]{x-2}\,dx$

3. $\int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$

4. $\int_{-\frac{\pi}{8}}^{0} \frac{dx}{\cos^2 2x}$

5. $\int_0^1 \frac{x+2}{x+1}dx$

6. $\int_{0,5}^{1} e^{-2x+1}dx$

7. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 y dy$

8. $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2+2x+5}$

9. $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^2}$

10. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$

Контрольные вопросы

1. Какие команды позволяют найти производную функции?
2. Какая последовательность команд необходима для нахождения max и min функции с указанием их координат (x, y)?
3. Опишите общую схему исследования функции и построение ее графика в Maple
4. Какие команды производят аналитическое и численное интегрирование? Опишите их параметры
5. С помощью каких команд вводятся ограничения на параметры для вычисления интегралов, зависящих от параметров?
6. Опишите команду интегрирования по частям
7. Опишите команду интегрирования методом замены переменных

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6. «*Решение дифференциальных уравнений»*

Цель работы: Получение практических навыков решения дифференциальных уравнений с помощью компьютерной программы.

Теоретический материал

Решение дифференциальных уравнений различных типов является одним из достоинств системы Maple. Для этой цели используются функции ядра системы (dsolve, pdsolve, pdesolve) инструментальные пакеты DEtools (решение обыкновенных дифференциальных уравнений) и PDEtools (решение дифференциальных уравнений в частных производных).

Аналитическое решение уравнений.

Математический пакет Maple для получения аналитических и численных решений дифференциальных уравнений содержит команду:

dsolve (ode,var,opt),

где **ode** — дифференциальное уравнение относительно переменных **var**, параметр **opt** (дополнительные условия и могут отсутствовать) позволяет указать способ решения (type=…) и используемый метод **(method = …*)***. По умолчанию дополнительные условия opt не указаны. При неполном задании уравнения, например, отсутствует знак равенства и правая часть, система Maple дополняет уравнение нулевой правой (или левой) частью.

Вычисление производной некоторого выражения **expr** по переменной **x** осуществляется при помощи функции:

diff (expr,x).

Пример 1. Аналитическое решение дифференциального уравнения $y' = y(1 - x)$.

```
> eq:=diff(y(x),x)-y(x)*(1-x);
```

$$eq := \left(\frac{\partial}{\partial x}y(x)\right) - y(x)(1-x)$$

```
> dsolve(eq,y(x));
```

$$y(x) = \_C1\, e^{\left(\left(1-\frac{1}{2}x\right)x\right)}$$

```
> yx0:=y(0)=1:
> dsolve({eq,yx0},y(x));
```

$$y(x) = e^{\left(\left(1-\frac{1}{2}x\right)x\right)}$$

В первом случае начальное условие не было задано, поэтому в ответе фигурирует неопределенная константа *_C1*. Во втором случае задано начальное условие $y(0) = 1$.

Численное и графическое решение дифференциальных уравнений.

Для решения дифференциальных уравнений в численном виде используется функция **dsolve** с параметром **numeric:**

dsolve (ode, var, type = numeric, opt);

dsolve (ode, var, numeric, opt).

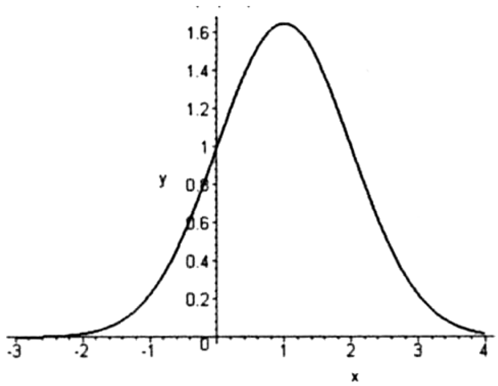
В целях визуализации решения дифференциального уравнения используется команда:

odeplot(s,[vars] , a_b, opt),

где s — выходная форма записи уравнения, возвращенная командой dsolve; vars — имена переменных; a..b — область изменения независимой переменной (a и b должны быть вещественными константами).

Пример 2. С помощью команды ***dsolve*** найти численное решение решения, затем отобразить на графике.

> p:=dsolve ({diff(y(x), x) = y(x)*(1-x), y(0) =1}, y(x), numeric):
> oderplot (p, {x,y(x)}, -3..4);



Системы дифференциальных уравнений.

Команда **dsolve** может найти решение системы дифференциальных уравнений (или задачи Коши), если в ней указать: **dsolve({sys},{x(t),y(t),…}),**

где **sys** - система дифференциальных уравнений, **x(t),y(t),…** - набор неизвестных функций.

Пример 3. Решение системы из двух нелинейных дифференциальных уравнений. С помощью функции odeplot строятся графики двух функций: y(x) и z(x).

$$\begin{cases} y'(x) = z(x), \\ z'(x) = 3\sin(y(x)) \end{cases}$$

начальных условияz y(0)=0, z(0) = 1 изменяющимися от -4 до 4 при числе точек решения, равном 25.

```
> with(plots):
> sys:=diff(y(x),x)=z(x),diff(z(x),x)=3*sin(y(x)):
> fcns={y(x), z(x)}:
> p:=dsolve({sys,y(0)=0,z(0)=1},fcns,type=numeric):

> odeplot(p,[y(z),z(x)],-4..4,numpoints=50);
```

Пример 4. Найти решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' = -4x - 2y + \dfrac{2}{e^t} - 1 \\ y' = 6x + 3y - \dfrac{3}{e^t - 1} \end{cases}$$

>sys:=diff(x(t),t)=-4*x(t)-2*y(t)+2/(exp(t)-1), diff(y(t),t)=6*x(t)+3*y(t)-3/(exp(t)-1):
> dsolve({sys},{x(t),y(t)});

Решение дифференциальных уравнений второго порядка

С помощью символа $ можно задать производную более высокого порядка, например, дифференциальное уравнение $y''+y = x$ записывается в виде:

diff(y(x),x$2)+y(x)=x.

Задания

Задание 1. Вычислить с помощью программы значение производной заданной функции в точке *x*.

Задание 1. Вычислить с помощью программы значение производной заданной функции в точке

Задание 1. Вычислить с помощью программы значение производной заданной функции в точке

Задание 1. Вычислить с помощью программы значение производной заданной функции в точке

Контрольные вопросы

1. Какая команда позволяет решить дифференциальное уравнение?
2. С помощью каких операторов обозначается производная в дифференциальном уравнении и в начальных условиях?
3. Какой параметр команды dsolve следует установить, чтобы получить фундаментальную систему дифференциальных уравнений?
4. Как найти значение решения дифференциального уравнения в какой-либо конкретной точке?
5. В чем отличие команд odeplot и DEplot?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7. «Метод «дихотомии»

Цель: Исследование уравнений методом дихотомии с использования программного пакета Maple.

Задание на работу. Исследовать первое уравнение методом дихотомии с помощью программного пакета Maple, вывести график.

Описание метода:

1. Выбирается интервал $[x_1, x_2]$, на котором функция $f(x)$ пересекает ось абсцисс один раз (см. рис.1).

2. Отрезок $[x_1, x_2]$ делится пополам:

$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad (1)$$

3. Вычисляется величина $f(x_3)$ и полагается:

$– x_2 = x_3$ при $f'(x_2) f'(x_3) < 0$
$– x_2 = x_3$ при $f'(x_x) f'(x_3) < 0$
– при $f'(x_3) = 0$ выполняется п.6

4. По формуле $|x_2 – x_1| < \varepsilon_1$ проверяется условие достижения заданной точности вычислений.

5. При несправедливости критерия остановки переходят к п2.

6. Процесс вычислений прекращается при достижении заданной точности вычислений, и последнее значение x_3 принимается в качестве искомого результата x_0, т.е. $x_0 = x_3$.

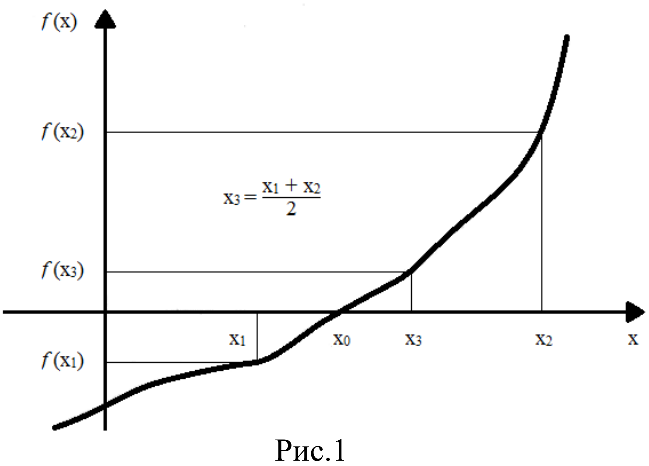


Рис.1

Выполнение работы

1. На основании алгоритма, описанного выше, составим структурную блок-схему:

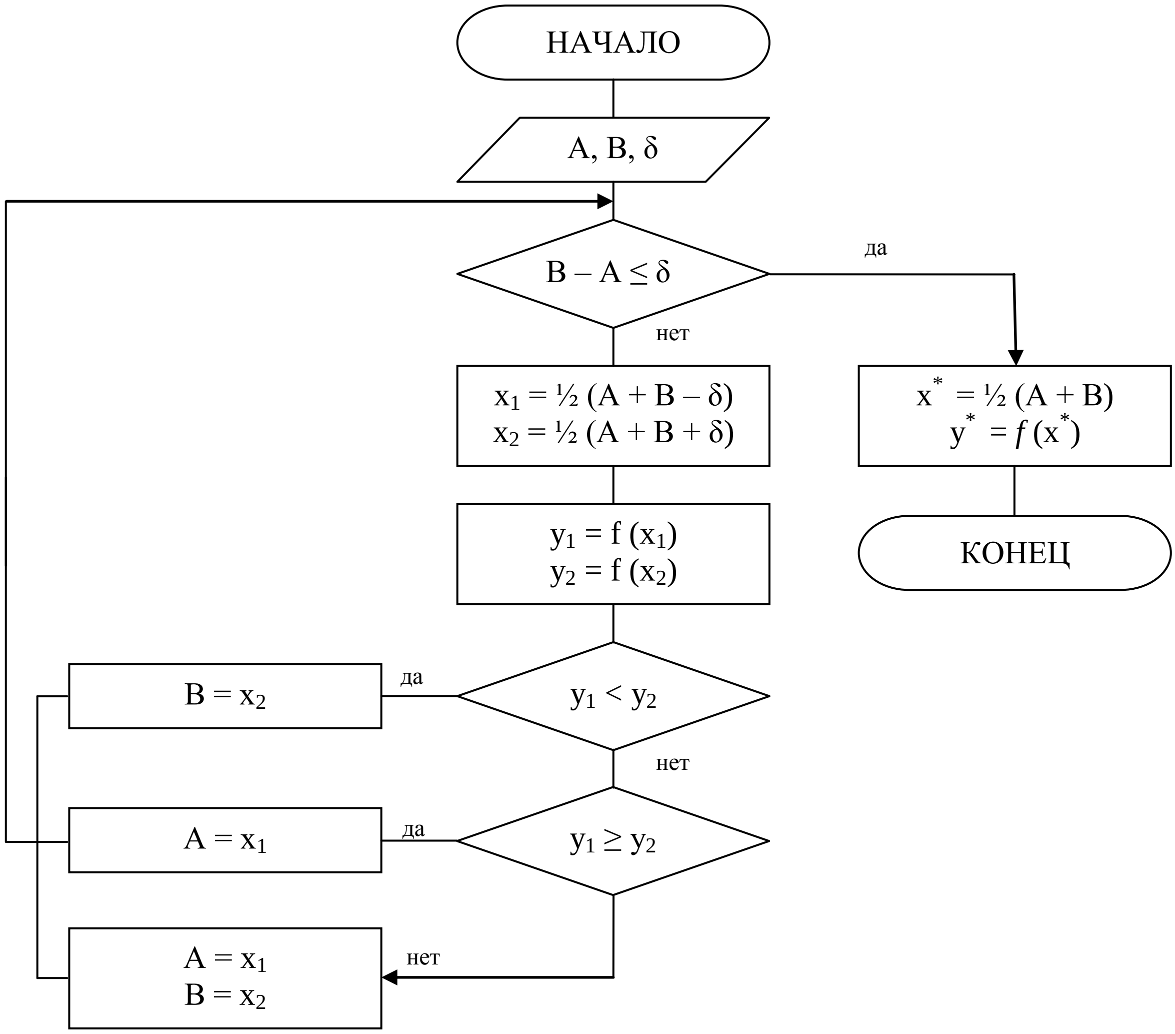
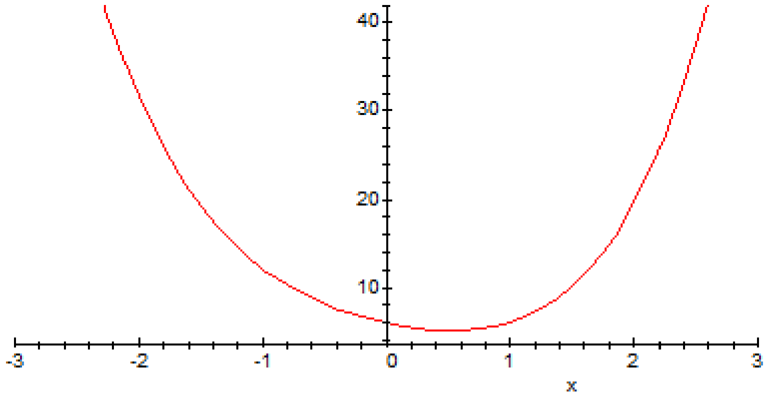


Рис. 2

2. Запишем программу в Maple, подставив значения своего варианта (см. Приложение №1).

```
restart:
> plot (0.6*x^4+2.5*x^2-3*x+6, x=-3..3) ;
> a:=0:
> b:=2:
> c:=0.05*(b-a):
> for i from 1 to 100
> while (b-a)>=2*c do
> x1:=(a+b-c)/2;
> x2:=(a+b+c)/2;
> y1:=0.6*x1^4+2.5*x1^2-3*x1+6;
> y2:=0.6*x2^4+2.5*x2^2-3*x2+6;
> if (y1<y2) then b:=x2;
> elif (y1>y2) then a:=x1;
> else
> a:=x1;
> b:=x2;
> fi;
> od:
> x:=(a+b)/2;
> y:=0.6*x^4+2.5*x^2-3*x+6;
> N:=i;
```

3. Результат (промежуточный и конечный): корни и число итераций:
Конечный результат:



$$x := .5546875000$$
$$y := 5.161932590$$
$$N := 6$$

Промежуточные итерации:

x1 := .9500000000

x2 := 1.050000000

y1 := 5.894953750

y2 := 6.335553750

x1 := .4750000000

x2 := .5750000000

y1 := 5.169606484

y2 := 5.167150234

x1 := .7125000000

x2 := .8125000000

y1 := 5.286269546

y2 := 5.474374390

x1 := .5937500000

x2 := .6937500000

y1 := 5.174667931

y2 := 5.260956153

x1 := .5343750000

x2 := .6343750000

y1 := 5.159692159

y2 := 5.200124837

x := .5546875000

y := 5.161932590

N := 6

Задания

Исследовать функции на экстремум и построить их графики

а) $y = x^4 - 2x^2$,

б) $z = xy - x^2 - y^2 + 2x - y$,

в) $z = xy - x^2 + y^2 + 2x - y$.

Контрольные вопросы

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8. «Метод «золотого сечения» и «простой итерации»

Цель лабораторного занятия

Исследование 2-х уравнений методом «золотого сечения» и «простой итерации» с использования программного пакета Maple.

Задание на работу

1. Исследовать первое уравнение методом «золотого сечения» с помощью программного пакета Maple, вывести график.
2. Исследовать второе уравнение методом «золотого сечения» с помощью программного пакета Maple, вывести график.

Описание метода:

«Золотым сечением» называется деление отрезка в следующей пропорции:
Длина l исходного отрезка относится к длине l_1 большего отрезка так же, как длина последнего относится к длине $l - l_1$ меньшего под отрезка (рис. 1).

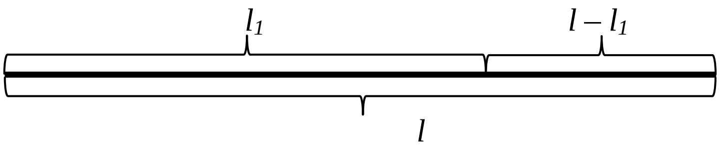


рис. 1

Математически это утверждение выражается следующим соотношением:

$$\frac{l}{l_1} = \frac{l_1}{l - l_1},$$ которое может быть записано в виде квадратного уравнения:

$$x_1^2 + x_1 - 1 = 0.$$

Здесь $x_1 = l_1/l$. Решив это уравнение, получим $x_1 = g = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0{,}618034$.

Число g, определяемое выражением, называется «золотым сечением». Оно представляет собой предел при $k \to \infty$ отношения числе Фибоначчи F_{k-1} и F_k :

$$g = \lim_{k\to\infty}\left(\frac{F_{k-1}}{F_k}\right)$$

Алгоритм метода «золотого сечения» такой же, что и в методе Фибоначчи. Разница лишь в том, что построение подинтервалов унимодальности $[x_{j-1}, x_j]$ происходит путем их последовательного деления в отношении «золотого сечения» g:

$$\frac{l_1}{l} = g$$

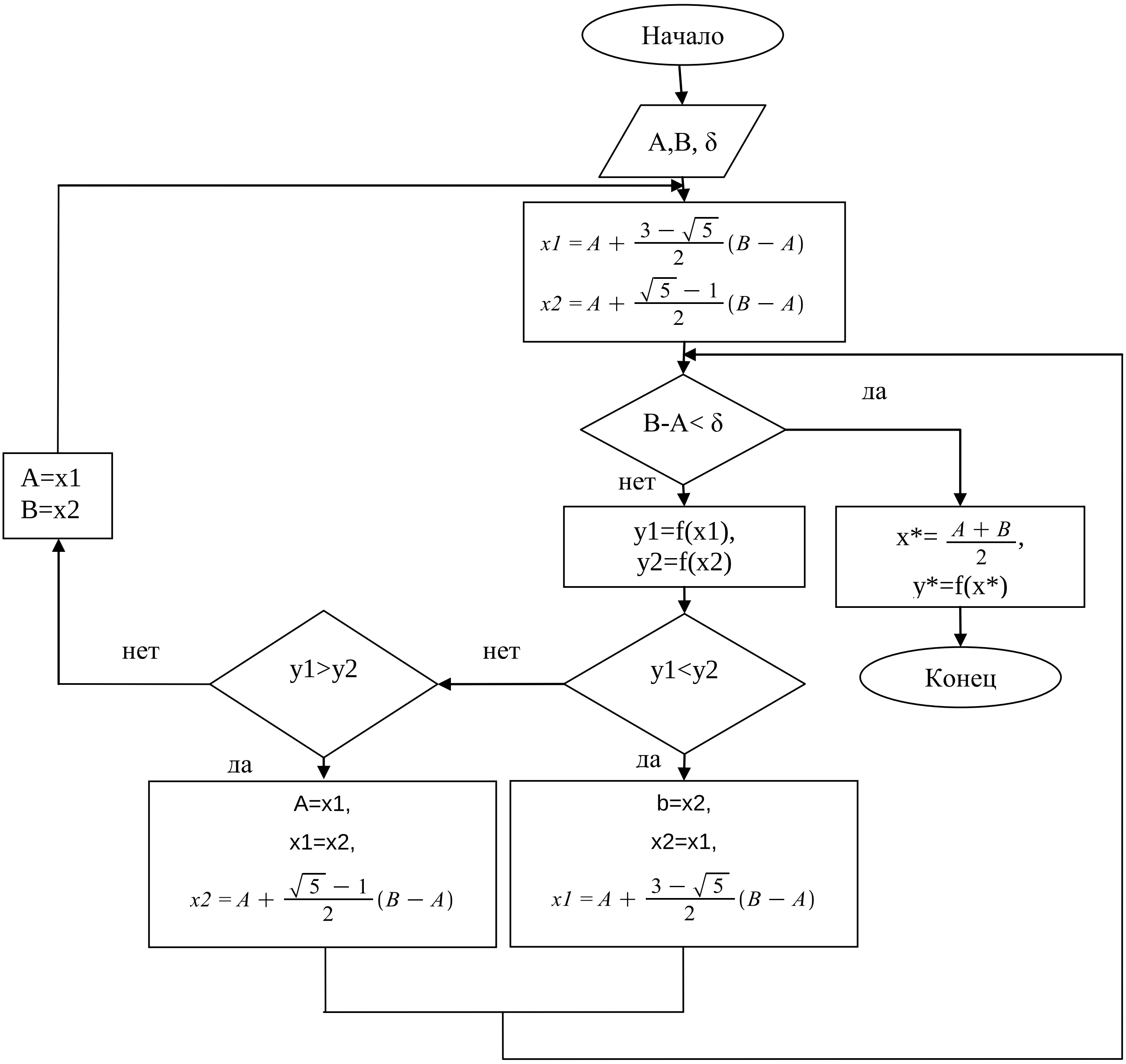
Таким образом, формулы примут вид:

$$x_1 = b - l_1 = b - lg,$$
$$x_2 = a + l_1 = a + lg.$$

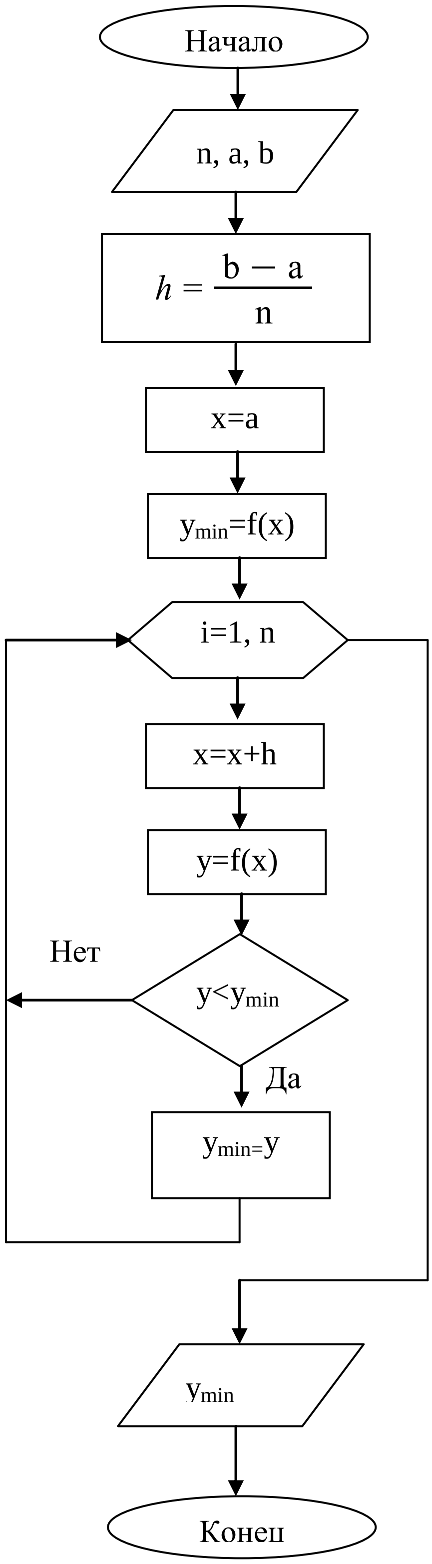
По скорости сходимости метод «золотого сечения» уступает методу Фибоначчи. В то же время в некоторых случаях первый метод может оказаться более удобным, т.к. здесь деление отрезка всегда происходит в отношении постоянного числа g.

Выполнение работы

1. На основании алгоритма, описанного выше, составим структурную блок-схему «золотого сечения»:



Блок-схема метода «простых итераций»



2. Запишем программу в Maple, подставив значения своего варианта (см. Приложение №1).
3. Результат (промежуточный и конечный): корни и число итераций.

4.Отчет о проделанной работе должен содержать:

- Задание на работу
- Ход выполнения работы
- Полученные результаты работы.
- Выводы о проделанной работе
- Сравнительный анализ методов дихотомии и «золотого сечения» в табличной форме:

Методы	Уравнение 1			Уравнение 2		
	X	Y	N	X	Y	N
Метод дихотомии						
Метод «золотого сечения»						
Метод «простой итерации»						

Задания

Контрольные вопросы

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №9. «Метод Зейделя-Гаусса»

Цель: Исследование нелинейного уравнения на экстремум методом Зейделя-Гаусса с использования программного пакета Maple.

Задание на работу

1. Решить уравнение методом Зейделя-Гаусса вручную (3 итерации).
2. Исследовать уравнение методом Зейделя-Гаусса с помощью программного пакета Maple, вывести график.
3. Сравнить результаты.

Описание метода:

Метод Зейделя-Гаусса основан на следующем алгоритме:

1. Дана нулевая точка $A_0[x_0; y_0]$ и функция $f(x,y)$. Замораживая x0 и подставляя в $f(x,y)$, рассчитываем y. Тем самым находим точку $A_1[x_0; y_1]$.
2. Делаем проверку:

$$|x_{k+1} - x_k| \le 0{,}01$$

$$|y_{k+1} - y_k| \le 0{,}01$$

$$|F_{k+1} - F_k| \le 0{,}01$$

3. Если условия не удовлетворяются, то замораживаем y и переходим к п. 1.

Выполнение работы:

1. Расчёт экстремума по методу Зейделя-Гаусса вручную (3 итерации). Дана функция $F(x,y) = a\cdot x^2 + 2\cdot b\cdot x\cdot y + c\cdot y^2 + 2\cdot d\cdot x + 2\cdot e\cdot y + f$ и начальная точка $A_0[x_0; y_0]$, где $a=1, b=0.5, c=1, d=0.5, e=1, f=-0.167, x_0=-1, y_0=3$ Необходимо найти экстремум.

Шаг 1. Определяем точку безусловного экстремума по теореме Ферма:

$$\begin{cases} \dfrac{df}{dx} = 2x + y + 1 = 0 \\ \dfrac{df}{dy} = x + 2y + 2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} y = -1 - 2x \\ x + (-2 - 4x) + 2 = 0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = 0 \\ y = -1 \end{array}$$

$\Rightarrow A_б[0;-1]$ - точка безусловного экстремума.

Шаг 2. $A_0[-1;3]$ и замораживаем координату x, т.е решаем уравнение F(x,y) и x=-1.

$$F(-1,y) = (-1)^2 - 1\cdot y + y^2 - 1 + 2y - 0{,}167 = y^2 + y - 0{,}167$$

Берём 1-ю производную от $F(-1,y)$ и приравниваем её к 0:

$$F'(-1,y) = 2y + 1 = 0$$

$$y = -0{,}5 \qquad \Rightarrow A_1[-1;-0{,}5]$$

$$F(-1,-0{,}5) = (-1)^2 - 1\cdot(-0{,}5) + (-0{,}5)^2 - 1 + 2\cdot(-0{,}5) - 0{,}167 = -0{,}417$$

Шаг 3. Делаем проверку:

$$F(A_0) = F(-1;3) = (-1)^2 - 1\cdot 3 + 3^2 - 1 + 2\cdot 3 - 0{,}167 = 11{,}833$$

$$|-1-(-1)| \le 0{,}01$$

$|-1-3| \not\le 0{,}01$ Условия проверки не удовлетворяются, значит, переходим к шагу 2.

$$|11{,}833 - (-0{,}417)| \not\le 0{,}01$$

Шаг 2.1

$A_1[-1;-0{,}5]$ и замораживаем координату y, т.е решаем уравнение F(x,y) и y=-0,5.

$$F(x,-0{,}5) = x^2 - 0{,}5\cdot x + 0{,}25 + x - 1 - 0{,}167 = x^2 + 0{,}5x - 0{,}917$$

Берём 1-ю производную от $F(x,-0{,}5)$ и приравниваем её к 0:

$$\left.\begin{array}{l} F'(x,-0{,}5) = 2x + 0{,}5 = 0 \\ x = -0{,}25 \end{array}\right. \Rightarrow A_2\left[-0{,}25;-0{,}5\right]$$

$$F(-0{,}25,-0{,}5) = (-0{,}25)^2 + (-0{,}25)\cdot(-0{,}5) + (-0{,}5)^2 - 0{,}25 + 2\cdot(-0{,}5) - 0{,}167 = -0{,}9795$$

Шаг 3.1 Делаем проверку:

$\left|-0{,}25-(-1)\right| \not\leq 0{,}01$

$\left|-0{,}5-(-0{,}5)\right| \leq 0{,}01$ Условия проверки не удовлетворяются, значит, переходим к шагу 2.

$\left|-0{,}9795-(-11{,}833)\right| \not\leq 0{,}01$

Шаг 2.2

$A_2\left[-0{,}25;-0{,}5\right]$ и замораживаем координату x, т.е решаем уравнение F(x,y) и x=-0,25.

$$F(-0{,}25,y) = (-0{,}25)^2 - 0{,}25\cdot y + y^2 - 0{,}25 + 2y - 0{,}167 = y^2 + 1{,}75y - 0{,}3545$$

Берём 1-ю производную от $F(-0{,}25,y)$ и приравниваем её к 0:

$$\left.\begin{array}{l} F'(-0{,}25,y) = 2y + 1{,}75 = 0 \\ y = -0{,}875 \end{array}\right. \Rightarrow A_3\left[-0{,}25;-0{,}875\right]$$

$$F(-0{,}25,-0{,}875) = (-0{,}25)^2 - 0{,}25\cdot(-0{,}875) + (-0{,}875)^2 - 0{,}25 + 2\cdot(-0{,}875) - 0{,}167 = -0{,}417$$

Шаг 3.2 Делаем проверку:

$$F(A_0) = F(-1;3) = (-1)^2 - 1\cdot 3 + 3^2 - 1 + 2\cdot 3 - 0{,}167 = -1{,}12015$$

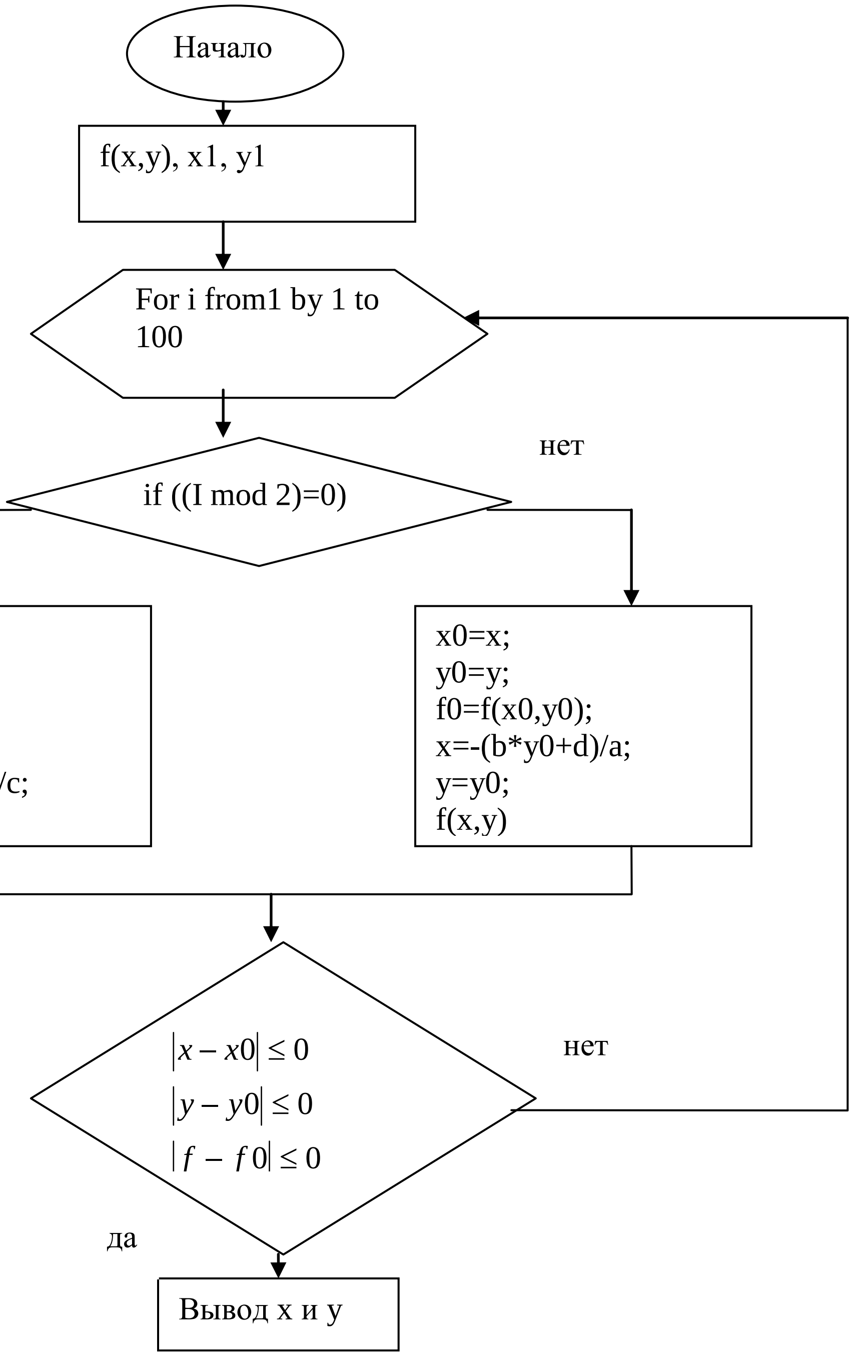
$\left|-0{,}25-(-0{,}25)\right| \leq 0{,}01$

$\left|-0{,}875-(-0{,}5)\right| \not\leq 0{,}01$ Условия проверки не удовлетворяются

$\left|-1{,}12015-(-0{,}9795)\right| \not\leq 0{,}01$

Окончательный результат получим с помощью программы Maple.

2. На основании алгоритма, описанного выше, составим структурную блок-схему:



3. Запишем программу в Maple, подставив значения своего варианта (см. Приложение №2).
4. Результат (промежуточный и конечный): корни и число итераций.
5.Отчет о проделанной работе должен содержать:

- Задание на работу
- Ход выполнения работы
- Полученные результаты работы.
- Выводы о проделанной работе
- Сравнительный анализ ручного и программного расчёта в табличной форме:

№ итерации	Программный результат	Расчёт
1	x= y=	x= y=
2	x= y=	x= y=
3	x= y=	x= y=
Безусловный экстремум		x= y=

Задания.

Контрольные вопросы

Список использованной литературы

1. Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в Maple: Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116с.