

**МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ (МАДИ)
ВОЛЖСКИЙ ФИЛИАЛ**

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ИиТТП
Петрова А.В.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-
ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА»**

Направление подготовки
23.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Направленность (профиль)
***Автоматизированные системы обработки информации и управления в
отраслях транспортно-дорожного комплекса***

Квалификация
Бакалавр

Кафедра: ИиТТП

Чебоксары

ОГЛАВЛЕНИЕ

РГР №1. Теория множеств и бинарные отношения	3
РГР №2. Комбинаторика: основные схемы и методы подсчета	5
РГР №3. Алгебра логики и булевы функции	7
РГР №4. Минимизация булевых функций. Карты Карно	9
РГР №5. Основы теории графов	11
РГР №6. Деревья и их приложения	13
РГР №7. Комбинаторные алгоритмы и рекуррентные соотношения	15
РГР №8. Элементы теории автоматов.....	17
Требования к оформлению РГР	21

РГР №1. Теория множеств и бинарные отношения

Цель работы: Освоить операции над множествами, научиться доказывать тождества, исследовать свойства бинарных отношений.

Теоретическая часть:

1. Способы задания множеств. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность, дополнение).
2. Свойства операций. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Прямое произведение множеств.
4. Бинарные отношения, способы их задания (матрица, граф).
5. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность.
6. Отношения эквивалентности и порядка.

Типовые задания:

1. **Задание множеств.** Дано универсальное множество $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$. Для множеств A, B, C (согласно варианту):
 - Перечислить элементы множеств A, B, C .
 - Найти: $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ (симметрическая разность).
 - Найти: $(A \cup B) \cap C, (A \cap B) \cup C$.
 - Найти дополнения множеств: $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$.
2. **Доказательство тождеств.** Доказать тождество двумя способами:
 - с помощью диаграмм Эйлера-Венна.
 - аналитически (используя определения операций или свойства операций).Тождество: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
3. **Бинарные отношения.** На множестве $X = \{1,2,3,4\}$ задано отношение $R = \{(a,b) \mid \text{выполняется условие } P(a,b)\}$ (условие согласно варианту).
 - Записать отношение R перечислением пар.
 - Построить матрицу и граф отношения.

- Проверить свойства отношения (рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

- Определить тип отношения (эквивалентности, порядка, толерантности или другое).

4. Отношение эквивалентности. На множестве $X = \{1,2,3,4,5,6\}$ задано отношение $R = \{(a,b) \mid a \equiv b \pmod{m}\}$ (m согласно варианту).

- Доказать, что это отношение эквивалентности.
- Построить классы эквивалентности.
- Построить фактор-множество X/R .

5. Отношение порядка. На множестве $X = \{1,2,3,4,5,6\}$ задано отношение $R = \{(a,b) \mid a \text{ делит } b\}$.

- Определить тип порядка (частичный, линейный).
- Построить диаграмму Хассе.
- Найти минимальные, максимальные, наименьшие и наибольшие элементы.

Таблица 1.1 - 10 вариантов исходных данных:

Вар	A	B	C	Условие P(a,b) для R	m
1	$A = \{1,2,3,4\}$	$B = \{3,4,5,6\}$	$C = \{5,6,7,8\}$	$a + b \leq 5$	2
2	$A = \{2,4,6,8\}$	$B = \{1,3,5,7\}$	$C = \{1,2,3,4\}$	$a * b \leq 10$	3
3	$A = \{1,3,5,7\}$	$B = \{2,4,6,8\}$	$C = \{5,6,7,8\}$	$a - b \leq 2$	2
4	$A = \{1,2,5,6\}$	$B = \{3,4,7,8\}$	$C = \{2,4,6,8\}$	$a < b$	4
5	$A = \{1,4,7,10\}$	$B = \{2,5,8,10\}$	$C = \{3,6,9,10\}$	$a \geq b$	3
6	$A = \{2,3,5,7\}$	$B = \{1,4,6,8\}$	$C = \{1,3,5,7\}$	$a + b$ чётно	2
7	$A = \{1,2,3,5\}$	$B = \{4,6,7,8\}$	$C = \{2,4,6,8\}$	$a * b$ нечётно	5
8	$A = \{3,4,5,6\}$	$B = \{1,2,7,8\}$	$C = \{1,3,5,7\}$	a делит b	2
9	$A = \{2,4,6,10\}$	$B = \{1,3,5,7\}$	$C = \{8,9,10\}$	a и b одной чётности	3
10	$A = \{1,2,7,8\}$	$B = \{3,4,5,6\}$	$C = \{9,10\}$	$a + b > 8$	4

РГР №2. Комбинаторика: основные схемы и методы подсчета

Цель работы: Освоить основные комбинаторные схемы, научиться применять правила суммы и произведения, решать комбинаторные задачи с ограничениями.

Теоретическая часть:

1. Правила суммы и произведения.
2. Размещения, перестановки, сочетания (с повторениями и без).
3. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.
4. Принцип включения-исключения.
5. Комбинаторные задачи с ограничениями.

Типовые задания:

1. Правила суммы и произведения. Решить задачи:

– Из города А в город В ведут 3 дороги, из В в С — 4 дороги, из А непосредственно в С — 2 дороги. Сколькими способами можно добраться из А в С?

– Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры различны?

– Сколько существует пятизначных чисел, которые делятся на 5?

2. Размещения и сочетания. Вычислить:

– A_n^k , C_n^k для заданных n и k .

– Сколькими способами можно выбрать 3 студентов из группы в 20 человек?

– Сколькими способами можно распределить 5 различных призов между 8 участниками?

3. Перестановки с повторениями. Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы в слове (слово согласно варианту)?

4. Принцип включения-исключения. В группе из 30 студентов 18 изучают английский, 15 — немецкий, 10 — французский. 8 изучают

английский и немецкий, 5 — английский и французский, 4 — немецкий и французский. 3 изучают все три языка.

- Сколько студентов не изучают ни одного языка?
- Сколько изучают только английский?
- Сколько изучают ровно два языка?

5. **Комбинаторные уравнения.** Решить уравнение относительно n (или k):

$$C_n^2 = 45$$

$$A_n^3 = 12 \cdot C_n^2$$

$$C_{2n}^1 + C_{2n}^2 = 21$$

Таблица 2.1 - 10 вариантов исходных данных:

Вар	Слово	n, k для A_n^k, C_n^k	Распределение языков	Уравнения
1	МАТЕМАТИКА	$n=8, k=3$	18 англ, 15 нем, 10 фр; 8 АН, 5 АФ, 4 НФ; 3 все	$C_n^2 = 45$
2	ИНФОРМАТИКА	$n=10, k=4$	20 англ, 16 нем, 12 фр; 9 АН, 6 АФ, 5 НФ; 4 все	$A_n^3 = 12 \cdot C_n^2$
3	ПРОГРАММА	$n=7, k=2$	15 англ, 12 нем, 8 фр; 7 АН, 4 АФ, 3 НФ; 2 все	$A_n^4 = 20 \cdot C_n^3$
4	ДИСКРЕТНАЯ	$n=9, k=3$	22 англ, 18 нем, 14 фр; 10 АН, 7 АФ, 6 НФ; 5 все	$C_n^3 = 56$
5	КОМБИНАТОРИКА	$n=12, k=5$	16 англ, 14 нем, 9 фр; 6 АН, 4 АФ, 3 НФ; 2 все	$A_n^5 = 30 \cdot C_n^3$
6	АЛГОРИТМ	$n=6, k=2$	19 англ, 15 нем, 11 фр; 8 АН, 5 АФ, 4 НФ; 3 все	$C_{2n}^1 + C_{2n}^2 = 21$
7	МНОЖЕСТВО	$n=8, k=4$	21 англ, 17 нем, 13 фр; 9 АН, 6 АФ, 5 НФ; 4 все	$A_n^3 = 24 \cdot C_n^2$
8	ОТНОШЕНИЕ	$n=7, k=3$	17 англ, 13 нем, 10 фр; 7 АН, 4 АФ, 3 НФ; 2 все	$C_n^2 = 36$
9	ФУНКЦИЯ	$n=6, k=2$	20 англ, 16 нем, 12 фр; 8 АН, 5 АФ, 4 НФ; 3 все	$A_n^4 = 16 \cdot C_n^3$
10	ГРАФ	$n=4, k=2$	18 англ, 14 нем, 10 фр; 7 АН, 4 АФ, 3 НФ; 2 все	$C_n^3 = 20$

РГР №3. Алгебра логики и булевы функции

Цель работы: Изучить логические операции, научиться строить таблицы истинности, представлять булевы функции в различных нормальных формах.

Теоретическая часть:

1. Логические операции: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция.
2. Таблицы истинности.
3. Законы алгебры логики.
4. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы (ДНФ, КНФ).
5. Совершенные нормальные формы (СДНФ, СКНФ).
6. Полином Жегалкина.

Типовые задания:

1. **Таблица истинности.** Для функции $f(x,y,z)$, заданной вектором значений (согласно варианту):
 - Составить таблицу истинности.
 - Записать СДНФ и СКНФ.
 - Упростить функцию с помощью законов алгебры логики.
2. **Логические выражения.** Для заданного логического выражения:
 - Построить таблицу истинности.
 - Упростить выражение.
 - Проверить равносильность исходного и упрощенного выражений.
3. **Полином Жегалкина.** Для функции из задания 1 построить полином Жегалкина (методом неопределенных коэффициентов или методом преобразования).
4. **Логические схемы.** Построить логическую схему для упрощенного выражения (в базисе {И, ИЛИ, НЕ}).
5. **Двойственность.** Найти функцию, двойственную заданной, и построить ее таблицу истинности.

Таблица 3.1 - 10 вариантов исходных данных:

Вар	Вектор значений $f(x,y,z)$ (от 000 до 111)	Логическое выражение
1	1010 1100	$(x \wedge y) \vee (\neg x \wedge z) \vee (y \wedge \neg z)$
2	1100 1010	$(x \vee y) \wedge (\neg x \vee z) \wedge (y \vee \neg z)$
3	0110 1001	$(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)$
4	1001 0110	$(x \oplus y) \wedge (y \oplus z)$
5	1110 0010	$(x \wedge y) \vee (x \wedge z) \vee (y \wedge z)$
6	0001 1110	$(x \vee y) \wedge (x \vee z) \wedge (y \vee z)$
7	1010 0101	$(x \rightarrow y) \vee (y \rightarrow z)$
8	1100 0011	$(x \wedge \neg y) \vee (y \wedge \neg z) \vee (z \wedge \neg x)$
9	1111 0000	$(x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (x \vee z)$ (- штрих Шеффера)
10	1000 0001	$(x \downarrow y) \vee (y \downarrow z)$ ($\downarrow$ - стрелка Пирса)

РГР №4. Минимизация булевых функций. Карты Карно

Цель работы: Освоить методы минимизации булевых функций с помощью карт Карно и расчетно-табличного метода.

Теоретическая часть:

1. Минимизация булевых функций. Задача минимизации.
2. Карты Карно для функций 2-4 переменных.
3. Склеивание конституент. Импликанты. Сокращенная ДНФ.
4. Тупиковые ДНФ. Минимальная ДНФ.
5. Минимизация не полностью определенных функций.

Типовые задания:

1. Карта Карно для 3 переменных. Для функции $f(x,y,z)$, заданной вектором значений (согласно варианту):

- Построить карту Карно.
- Выполнить минимизацию, получить минимальную ДНФ.
- Записать результат.

2. Карта Карно для 4 переменных. Для функции $f(a,b,c,d)$, заданной вектором значений (согласно варианту):

- Построить карту Карно для 4 переменных.
- Выделить максимальные прямоугольники (кубы).
- Получить минимальную ДНФ.

3. Не полностью определенная функция. Для функции $f(x,y,z)$, заданной вектором значений, где "*" означает безразличное значение:

- Построить карту Карно, используя безразличные значения для доопределения.
- Получить минимальную ДНФ.

4. Проверка результата. Проверить полученную минимальную форму, построив таблицу истинности.

5. Сравнение форм. Сравнить сложность исходной СДНФ и полученной минимальной ДНФ (по количеству букв и количеству операций).

Таблица 4.1 - 10 вариантов исходных данных:

Вар	f(x,y,z) (3 переменные)	f(a,b,c,d) (4 переменные)	Не полностью определенная
1	1010 1100	1010 1100 1010 1100	101* 1*10
2	1100 1010	1100 1010 1100 1010	11*0 *101
3	0110 1001	0110 1001 0110 1001	*110 10*1
4	1001 0110	1001 0110 1001 0110	10*1 011*
5	1110 0010	1110 0010 1110 0010	1*10 0*10
6	0001 1110	0001 1110 0001 1110	0*01 11*0
7	1010 0101	1010 0101 1010 0101	10*0 *101
8	1100 0011	1100 0011 1100 0011	1*00 0*11
9	1111 0000	1111 0000 1111 0000	111* *000
10	1000 0001	1000 0001 1000 0001	1*00 00*1

РГР №5. Основы теории графов

Цель работы: Изучить основные понятия теории графов, способы представления графов, научиться определять характеристики графов и исследовать их свойства.

Теоретическая часть:

1. Основные понятия: вершины, ребра, степени вершин.
2. Способы задания графов: матрица смежности, матрица инцидентности, список ребер.
3. Виды графов: ориентированные/неориентированные, простые/мультиграфы, полные, двудольные.
4. Маршруты, цепи, циклы. Связность.
5. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
6. Изоморфизм графов.

Типовые задания:

1. **Представление графа.** Для графа G , заданного списком ребер (согласно варианту):
 - Построить рисунок графа.
 - Составить матрицу смежности.
 - Составить матрицу инцидентности.
 - Найти степени всех вершин. Проверить лемму о рукопожатиях.
2. **Исследование свойств.** Для построенного графа определить:
 - Является ли граф полным? двудольным? регулярным?
 - Найти компоненты связности.
 - Найти диаметр, радиус, центр графа.
 - Найти все простые пути между вершинами v_1 и v_2 (указанными в варианте).
3. **Эйлеровы и гамильтоновы циклы.** Определить:
 - Существует ли в графе эйлеров цикл? эйлеров путь? Если да, построить его.

– Существует ли в графе гамильтонов цикл? (обосновать)

4. Изоморфизм. Проверить, изоморфны ли два графа G_1 и G_2 , заданные матрицами смежности (согласно варианту).

5. Операции над графами. Для заданных графов G_1 и G_2 построить их объединение, пересечение и декартово произведение (по заданию преподавателя).

Таблица 5.1 - 10 вариантов исходных данных:

Вар	Список ребер графа G (неориентированный)	Вершины v_1 , v_2	G_1, G_2 для проверки изоморфизма
1	(1,2), (1,3), (2,3), (2,4), (3,5), (4,5)	1, 5	$G_1: K_3, G_2: C_3$
2	(1,2), (1,4), (2,3), (2,5), (3,4), (4,5)	2, 5	$G_1: K_4, G_2: C_4$
3	(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (3,4), (4,5)	1, 5	$G_1: K_{2,3}, G_2: C_5$
4	(1,2), (2,3), (2,4), (3,4), (3,5), (4,5)	2, 4	$G_1: K_4, G_2: K_3$ с петлей
5	(1,2), (1,5), (2,3), (2,4), (3,4), (4,5)	1, 4	$G_1: C_6, G_2: K_{3,3}$
6	(1,2), (1,3), (2,4), (3,4), (3,5), (4,5)	3, 5	$G_1: K_{2,2}, G_2: C_4$
7	(1,2), (1,4), (2,3), (2,5), (3,5), (4,5)	1, 3	$G_1: K_3, G_2: K_4$
8	(1,2), (1,3), (2,4), (3,5), (4,5), (4,6)	1, 6	$G_1: K_5, G_2: C_5$
9	(1,2), (2,3), (2,5), (3,4), (3,5), (4,5)	2, 4	$G_1: K_4, G_2: K_{2,2}$
10	(1,2), (1,3), (2,4), (3,4), (4,5), (5,6)	1, 6	$G_1: C_4, G_2: K_{2,3}$

РГР №6. Деревья и их приложения

Цель работы: Изучить свойства деревьев, научиться строить остовные деревья, исследовать деревья с корнем, применять деревья для решения прикладных задач.

Теоретическая часть:

1. Определение дерева. Свойства деревьев.
2. Лес. Остовное дерево (каркас) графа.
3. Алгоритмы поиска в глубину и ширину (DFS, BFS).
4. Минимальное остовное дерево (алгоритмы Прима и Краскала).
5. Деревья с корнем. Высота дерева.
6. Бинарные деревья. Обходы бинарных деревьев.

Типовые задания:

1. **Свойства деревьев.** Для графа G (из РГР №5 или заданного отдельно):

- Является ли граф деревом? Если нет, выделить в нем остовное дерево.
- Построить остовное дерево, используя алгоритм поиска в глубину (DFS), начиная с вершины v_0 .
- Построить остовное дерево, используя алгоритм поиска в ширину (BFS), начиная с вершины v_0 .

2. **Минимальное остовное дерево.** Для взвешенного графа G (веса ребер указаны в варианте):

- Построить минимальное остовное дерево с помощью алгоритма Прима.
- Построить минимальное остовное дерево с помощью алгоритма Краскала.
- Сравнить результаты и убедиться в их совпадении.

3. **Дерево с корнем.** Для построенного остовного дерева:

- Выбрать корневую вершину (по указанию преподавателя или наибольшей степени).

- Построить дерево с корнем, указать уровни вершин.
- Определить высоту дерева.
- Найти листья и внутренние вершины.

4. Бинарное дерево. Построить бинарное дерево для заданного арифметического выражения (согласно варианту):

- Записать выражение в виде бинарного дерева.
- Выполнить прямой, симметричный и обратный обходы дерева.
- Записать выражение в префиксной, инфиксной и постфиксной формах.

5. Кодирование. Для заданного алфавита и частот символов построить оптимальный префиксный код (дерево Хаффмана).

Таблица 6.1 - 10 вариантов исходных данных:

Вар	v0	Взвешенный граф (ребра с весами)	Арифметическое выражение	Алфавит и частоты
1	1	(1-2:5), (1-3:3), (2-3:4), (2-4:6), (3-4:2), (3-5:7)	$(a+b)*(c-d)$	A:0.4, Б:0.3, B:0.2, Г:0.1
2	2	(1-2:4), (1-3:2), (2-3:1), (2-4:5), (3-4:3), (4-5:6)	$(x+y)/(z-5)$	A:0.35, B:0.25, C:0.2, D:0.2
3	3	(1-2:3), (1-4:5), (2-3:2), (2-5:4), (3-5:1), (4-5:6)	$(a-b)*c + d$	a:0.5, b:0.2, c:0.2, d:0.1
4	1	(1-2:6), (1-3:4), (2-3:2), (2-4:3), (3-4:5), (3-5:7)	$(x+y-z)*t$	X:0.3, Y:0.3, Z:0.2, T:0.2
5	2	(1-2:2), (1-3:5), (2-3:4), (2-4:1), (3-4:3), (4-5:6)	$a*b + c/d$	A:0.45, B:0.25, C:0.2, D:0.1
6	3	(1-2:7), (1-3:3), (2-3:1), (2-4:5), (3-4:2), (3-5:4)	$(a+b-c)*d$	a:0.4, b:0.3, c:0.2, d:0.1
7	1	(1-2:4), (1-3:6), (2-3:2), (2-4:3), (3-4:5), (4-5:1)	$x/(y+z)*t$	X:0.3, Y:0.2, Z:0.2, T:0.3
8	2	(1-2:3), (1-3:5), (2-3:4), (2-4:2), (3-4:6), (3-5:1)	$(a-b)*(c+d)$	A:0.5, Б:0.1, B:0.2, Г:0.2
9	3	(1-2:5), (1-3:2), (2-3:3), (2-4:4), (3-4:1), (4-5:6)	$a + (b-c)*d$	a:0.2, b:0.4, c:0.1, d:0.3
10	1	(1-2:1), (1-3:4), (2-3:5), (2-4:2), (3-4:3), (4-5:7)	$(x*y)/(z+t)$	X:0.25, Y:0.25, Z:0.25, T:0.25

РГР №7. Комбинаторные алгоритмы и рекуррентные соотношения

Цель работы: Изучить методы решения рекуррентных соотношений, научиться применять производящие функции, освоить комбинаторные алгоритмы.

Теоретическая часть:

1. Рекуррентные соотношения. Линейные рекуррентные соотношения.
2. Методы решения: характеристическое уравнение, метод подстановки.
3. Производящие функции и их применение.
4. Числа Фибоначчи, Каталана, Стирлинга.
5. Алгоритмы генерации комбинаторных объектов.

Типовые задания:

1. **Линейные рекуррентные соотношения.** Решить рекуррентное соотношение:
 - $a_n = p \cdot a_{n-1} + q \cdot a_{n-2}$, с начальными условиями a_0, a_1 .
 - Найти явную формулу для a_n .
 - Вычислить a_5, a_{10} .
2. **Производящие функции.** Для последовательности a_n (из задания 1):
 - Найти производящую функцию $A(x) = \sum a_n x^n$.
 - Представить $A(x)$ в виде рациональной функции.
 - Разложить $A(x)$ в ряд и проверить совпадение с найденной формулой.
3. **Числа Фибоначчи.** Для чисел Фибоначчи F_n ($F_0=0, F_1=1$):
 - Доказать тождество (согласно варианту).
 - Вычислить сумму $\sum F_n$ для k от 1 до n .
 - Найти производящую функцию для F_n .
4. **Числа Каталана.** Для чисел Каталана C_n :
 - Вычислить C_n для $n = 0..5$.
 - Решить комбинаторную задачу, связанную с числами Каталана (количество правильных скобочных последовательностей и т.д.).
5. **Генерация комбинаторных объектов.** Для заданных параметров:

- Сгенерировать все подмножества множества $\{1,2,3,4\}$.
- Сгенерировать все перестановки из 3 элементов.
- Сгенерировать все сочетания из 5 по 2.

Таблица 7.1 - 10 вариантов исходных данных:

Вар	p	q	a ₀	a ₁	Тождество для чисел Фибоначчи	Задача Каталана
1	3	-2	1	2	$F_1 + F_2 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1$	Количество правильных скобочных последовательностей из 4 пар
2	2	3	0	1	$F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_n^2 = F_n \cdot F_{n+1}$	Количество триангуляций выпуклого 6-угольника
3	4	-3	2	3	$F_{n+1} \cdot F_{n-1} - F_n^2 = (-1)^n$	Количество бинарных деревьев с 5 вершинами
4	1	2	1	1	$F_{n+1}^2 + F_n^2 = F_{2n+1}$	Количество способов разбиения выпуклого 5-угольника
5	5	-6	1	2	$F_{n+n} = F_n \cdot F_{n+1} + F_{n-1} \cdot F_n$	Количество правильных скобочных последовательностей из 3 пар
6	2	1	0	1	$F_{2n} = F_n \cdot L_n$ (L_n — числа Люка)	Количество бинарных деревьев с 4 вершинами
7	3	-4	2	3	F_n делится на F_m , если n делится на m	Количество триангуляций выпуклого 5-угольника
8	4	5	1	0	$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$	Количество правильных скобочных последовательностей из 5 пар
9	2	-1	1	1	$F_{n+1} \cdot F_{n-2} - F_n \cdot F_{n-1} = 2 \cdot (-1)^n$	Количество бинарных деревьев с 6 вершинами
10	3	2	0	2	$F_{n+3} + F_n = 2 \cdot F_{n+2}$	Количество способов разбиения выпуклого 7-угольника

РГР №8. Элементы теории автоматов

Цель работы: Изучить основные понятия теории автоматов, научиться задавать конечные автоматы, строить таблицы переходов и выходов, минимизировать автоматы.

Теоретическая часть:

1. Понятие конечного автомата. Абстрактный и структурный автоматы.
2. Автоматы Мили и Мура. Способы задания.
3. Таблицы переходов и выходов. Граф автомата.
4. Минимизация автоматов. Эквивалентные состояния.
5. Синтез автоматов. Канонический метод структурного синтеза.

Типовые задания:

1. **Автомат Мили.** Автомат Мили задан таблицей переходов и выходов (согласно варианту). Для заданного автомата:

- Построить граф автомата.
- Определить реакцию автомата на входное слово W .
- Построить автомат Мура, эквивалентный данному.

2. **Автомат Мура.** Автомат Мура задан отмеченной таблицей переходов (согласно варианту):

- Построить граф автомата.
- Определить реакцию автомата на входное слово W .
- Построить автомат Мили, эквивалентный данному.

3. **Минимизация автомата.** Для заданного автомата:

- Найти все эквивалентные состояния (с помощью таблицы пар или алгоритма Мили).
- Построить минимальный автомат (объединить эквивалентные состояния).
- Сравнить исходный и минимизированный автоматы.

4. **Синтез автомата.** Построить структурную схему автомата на заданных элементах (триггеры, логические элементы) для одной из функций переходов.

5. **Распознавание языка.** Определить, какие слова распознает заданный автомат (язык, допускаемый автоматом).

10 вариантов исходных данных:

Таблица 8.1 - Вариант 1 Автомат Мили

Состояние	0 (вход)	1 (вход)
a ₁	a ₂ / 0	a ₁ / 1
a ₂	a ₃ / 1	a ₂ / 0
a ₃	a ₁ / 0	a ₃ / 1

Входное слово W = 01011

Таблица 8.2 - Вариант 2 Автомат Мили

Состояние	0 (вход)	1 (вход)
a ₁	a ₁ / 0	a ₂ / 0
a ₂	a ₃ / 1	a ₂ / 0
a ₃	a ₁ / 0	a ₄ / 1
a ₄	a ₂ / 1	a ₃ / 0

Входное слово W = 10110

Таблица 8.3 - Вариант 3 Автомат Мура

Состояние	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
Выход	0	1	0	1
0 (вход)	a ₂	a ₃	a ₄	a ₁
1 (вход)	a ₃	a ₁	a ₂	a ₄

Входное слово W = 01101

Таблица 8.4 - Вариант 4 Автомат Мили

Состояние	0 (вход)	1 (вход)
a ₁	a ₂ / 0	a ₄ / 1
a ₂	a ₃ / 1	a ₁ / 0
a ₃	a ₄ / 0	a ₂ / 1
a ₄	a ₁ / 1	a ₃ / 0

Входное слово W = 11010

Таблица 8.5 - Вариант 5 Автомат Мура

Состояние	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
Выход	1	0	1	0	0
0 (вход)	a_2	a_3	a_4	a_5	a_1
1 (вход)	a_3	a_1	a_5	a_2	a_4

Входное слово $W = 01010$

Таблица 8.6 - Вариант 6 Автомат Мили

Состояние	0 (вход)	1 (вход)
a_1	$a_2 / 0$	$a_1 / 0$
a_2	$a_3 / 0$	$a_2 / 1$
a_3	$a_1 / 1$	$a_3 / 0$
a_4	$a_3 / 1$	$a_5 / 0$
a_5	$a_4 / 0$	$a_1 / 1$

Входное слово $W = 10011$

Таблица 8.7 - Вариант 7 Автомат Мура

Состояние	a_1	a_2	a_3	a_4
Выход	0	0	1	1
0 (вход)	a_2	a_4	a_1	a_3
1 (вход)	a_3	a_1	a_2	a_4

Входное слово $W = 11001$

Таблица 8.8 - Вариант 8 Автомат Мили

Состояние	0 (вход)	1 (вход)
a_1	$a_2 / 0$	$a_3 / 1$
a_2	$a_4 / 0$	$a_1 / 1$
a_3	$a_1 / 1$	$a_4 / 0$
a_4	$a_3 / 1$	$a_2 / 0$

Входное слово $W = 10101$

Таблица 8.9 - Вариант 9 Автомат Мура

Состояние	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
Выход	0	1	0	1	1
0 (вход)	a_5	a_3	a_1	a_2	a_4
1 (вход)	a_2	a_4	a_5	a_3	a_1

Входное слово $W = 00110$

Таблица 8.10 - Вариант 10 Автомат Мили

Состояние	0 (вход)	1 (вход)
a_1	$a_1 / 0$	$a_2 / 1$
a_2	$a_3 / 0$	$a_2 / 0$
a_3	$a_4 / 1$	$a_1 / 0$
a_4	$a_3 / 0$	$a_5 / 1$
a_5	$a_2 / 1$	$a_4 / 0$

Входное слово $W = 11000$

Требования к оформлению РГР

1. Каждую расчетно-графическую работу следует выполнять в отдельной тетради или на листах формата А4, сброшюрованных в папку.

2. Титульный лист должен содержать:

- Наименование вуза и кафедры.
- Дисциплину (Дискретная математика).
- Номер РГР.
- Тему работы.
- Вариант.
- ФИО и группу студента.
- Дату сдачи на проверку.
- Должность и ФИО преподавателя.

3. Структура каждой работы:

- Номер и условие задачи.
- Исходные данные (выписываются из таблицы вариантов).
- Теоретическое обоснование (кратко).
- Решение с пояснениями.
- Промежуточные результаты (таблицы, матрицы, графы).
- Ответ (выделяется).
- Вывод по задаче.

4. Требования к графической части:

- Графы и схемы выполняются аккуратно, с использованием линейки.
- Таблицы истинности оформляются с четким выделением столбцов.
- Карты Карно заполняются с соблюдением порядка переменных.
- Диаграммы Эйлера-Венна выполняются с подписями областей.

5. Программная часть (рекомендуется):

- Для проверки результатов можно написать программы на любом языке программирования.

– Для РГР №5-8 рекомендуется визуализация графов с помощью специализированных библиотек.

Таблица 9.1 - Критерии оценивания

Критерий	5 баллов	4 балла	3 балла	2 балла
Понимание теоретического материала	Глубокое понимание, верное применение определений	Хорошее понимание, незначительные неточности	Поверхностное понимание, ошибки в определениях	Отсутствие понимания
Правильность вычислений	Все вычисления верны	Незначительные погрешности	Ошибки в вычислениях	Грубые ошибки
Графическая часть	Аккуратно, с пояснениями	Выполнена, но есть недочеты	Выполнена небрежно	Отсутствует
Полнота выполнения	Все задания выполнены	80-90% заданий	60-80% заданий	Менее 60%
Оформление	Полное соответствие требованиям	Незначительные отклонения	Частичное соответствие	Не соответствует