

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ (МАДИ)»
ВОЛЖСКИЙ ФИЛИАЛ МАДИ**

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ИиТТП
Петрова А.В.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ
ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ»**

Направление подготовки
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Направленность (профиль)
***Автоматизированные системы обработки информации и
управления в отраслях транспортно-дорожного комплекса***

Квалификация
Бакалавр

Кафедра: ИиТТП

Чебоксары

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
Часть №1 Основы моделирования в ПК «МВТУ»	6
1.1. Состав и использование ПК МВТУ (версия 3.7)	6
1.2. Основные элементы модели	7
1.3. Ввод и формирование математической модели	9
Часть №2 Моделирование и расчет переходных процессов в ПК «МВТУ»	10
2.1. Лабораторная работа № 1 Расчет и исследование переходных процессов типового апериодического звена	10
2.2. Лабораторная работа № 2 Расчет и исследование переходных процессов типового интегрирующего звена	14
2.3. Лабораторная работа № 3 Расчет и исследование переходных процессов типового колебательного звена	15
Часть №3 Исследование САР и ее частотных характеристик в ПК «МВТУ»	16
3.1. Лабораторная работа № 4 Исследование систем автоматического регулирования с помощью логарифмических частотных характеристик	16
3.2. Лабораторная работа № 5 Исследование влияния нелинейности модели на динамические характеристики САР	22
3.3. Лабораторная работа № 6 Расчет переходного процесса САР по вещественной частотной характеристике системы	24
3.4. Лабораторная работа № 7 Исследование переходных процессов САР методом изображений	28

ВВЕДЕНИЕ

Ввиду повышения требований к производству тяжелого оборудования немалое внимание стало уделяться подвижным узлам станка - как к средствам повышения точности позиционирования детали в процессе обработки, а, следовательно, и повышения точности деталей вообще. В связи с этим первоочередной задачей стало решение проблем, связанных с устойчивостью положения подвижных узлов в процессе обработки, а также повышением их износостойкости. Разрешить эти и другие вопросы можно помощью динамического анализа.

Для динамических расчетов пневмо- и гидросистем - как приводов, так и опорных систем - наиболее широкое применение к настоящему моменту нашли методы анализа систем автоматического регулирования (САР), основанные на исследовании логарифмических частотных характеристик (амплитудных и фазовых - ЛАФЧХ, амплитудных - ЛАЧХ). К важным преимуществам метода ЛАФЧХ можно отнести удобство оценки влияния отдельных факторов и параметров на устойчивость и другие динамические свойства САР, возможность синтеза корректирующих устройств (алгоритмов) на основе ЛАФЧХ разомкнутой системы.

Для расчета переходных процессов в подобных нелинейных системах используются методы численного интегрирования дифференциальных уравнений, реального моделирования.

ЧАСТЬ 1. ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПК «МВТУ»

Моделирование в ПК "МВТУ" состоит в создании и исследовании виртуального аналога реальной системы – модели. Модель функционирует в соответствии с теми же дифференциальными уравнениями, что и моделируемая система. При моделировании не является обязательным записывать эти уравнения в явном виде. Модель составляется пользователем в специальном окне программы соединением отдельных типовых блоков, соответствующих элементам реальной исследуемой системы.

Типовые блоки условно внешне представляются на рабочем пространстве окна модели прямоугольниками, т.е. они видимы исследователю, имеют входы и (или) выходы и функционируют в соответствии с определенными уравнениями, алгоритм решения которых реализуется в цифровом виде. Под функционированием виртуального блока понимается то, что он реагирует на виртуальные воздействия (функции времени), подаваемые другими блоками на его вход, определенным изменением величины выходного сигнала.

1.1. Состав и использование ПК МВТУ (версия 3.7)

При запуске программы появляется **Главное Окно** (рис. 1.1). В верхней части **Главного Окна** - *Командное меню*, в центральной части - *Панель инструментов* (командных кнопок), а ниже - *Меню блоков* с соответствующими пиктограммами и закладками названий отдельных библиотек, сформированных по функциональному принципу. Назначение кнопок *Панели инструментов* приведено в таблице 1.1

Табл. 1.1

Панель инструментов имеет кнопки, реализующие команды и опции

 Новый	Открывает Окно построения модели (схемное окно)
 Открыть	Открывает окно ранее созданной модели с диска (файлы с расширением . mrj)
 Сохранить	Сохраняет структурную схему и параметры (по умолчанию файл с расширением . mrj)
 Параметры счета	Вызывает диалоговое окно выбора метода интегрирования, установки времени, шага интегрирования, точности и т.д.
 Старт	Выполняет 1-й этап счета, проводя инициализацию всех блоков и линий связи, проверяет правильность введенных параметров
 Пуск (Продолжить расчет)	Запускает задачу (проект) на счет
 Справка	Открывает окно контекстной справочной системы ПК "МВТУ"

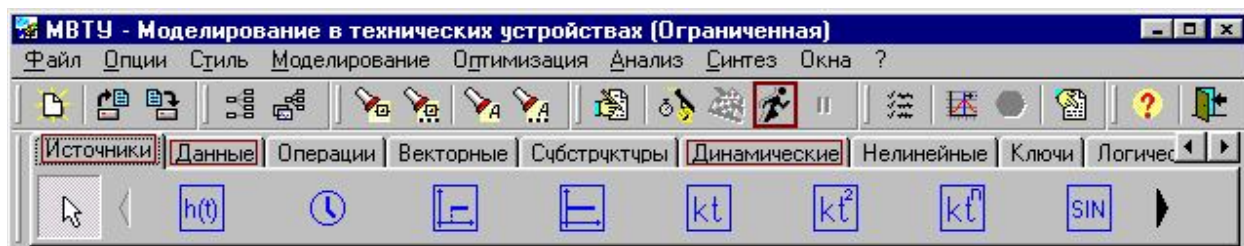


Рис. 1.1. **Главное окно** ПК "МВТУ". (Выделены кнопка Пуск (Продолжить расчет) и три важных вкладки Меню с наборами элементов (виртуальных блоков), которые будут использоваться при моделировании: *Источники сигналов* (генераторы) – вкладка открыта, *Данные* (индикаторы и регистраторы) и *Динамические звенья* (элементы линейных систем и систем в целом).

Нижняя часть главного окна - это *Меню блоков* – структурированный набор вкладок, содержащих образцы моделей различных элементов, которые могут быть вынесены в окно модели (схемное окно). На рис.1.1 выделены три важных набора элементарных блоков: источники, данные и динамические модели линейных элементов, которые позволяют строить модели линейных систем и объектов, подробное рассмотрение их приведено ниже. Кнопки в правой верхней части меню позволяют просматривать и другие вкладки, с наборами соответствующих блоков, в частности, вкладки *Функции*, *Анимация* и т.д.

1.2. Основные элементы модели

Меню блоков состоит из отдельных каталогов (библиотек), переключение которых осуществляется однократным щелчком левой кнопки мыши в поле вкладок с соответствующим названием.

Библиотеки типовых блоков:

- 1) "*Источники*" (рис. 1.2) –генераторы сигналов. Подобные элементы не имеют входного сигнала, на выходе же их формируется зависящий от времени сигнал.



Рис. 1.2. Часть набора виртуальных генераторов, имеющихся на вкладке *Источники*. Сюда относятся:

- константа (постоянная величина);
- ступенчатое воздействие;
- многоступенчатое воздействие;
- линейное воздействие и т.п.

В ходе выполнения лабораторных работ интерес представляют источники сигналов - генераторы ступенчатого и синусоидального сигналов. Кнопка со стрелкой **Вправо** (рис. 1.2) позволяет использовать другие источники сигналов.

- 2) "*Динамические звенья*". Библиотека представлена на рис. 1.3:

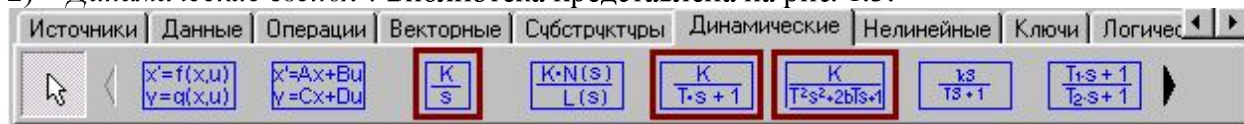


Рис. 1.3. Вкладка *Динамические звенья* с выделенными образцами типовых звеньев. Сюда относятся блоки, известные из теории САУ, в частности:

- динамическое звено общего вида;
- идеальное интегрирующее звено;
- апериодическое звено 1-го порядка;
- колебательное звено;

- инерционно-интегрирующее звено;
 - инерционно-дифференцирующее звено.
- 3) "*Данные*" (рис. 1.4) или регистраторы. С помощью этих блоков происходит вывод данных в графической форме:
- графическое окно 1 (временной график);
 - графическое окно 2 (фазовая плоскость);
 - графическое окно 3 (трехмерный график).



Рис. 1.4. Вкладка Данные с выделенным регистратором - виртуальным осциллографом (блок Временной график).

- 4) "*Операции математические*". В библиотеку входят блоки, производящие операции над входными сигналами, на выходе которых - результат операции (сложение, вычитание, умножение, деление):
- суммирование (сумматор);
 - умножение;
 - векторное суммирование;
 - векторное умножение;
 - деление (скалярное/векторное).
- 5) "*Субструктуры*". В частности к ним относятся блоки, производящие операции с сигналами для дальнейшей обработки данных в ходе расчета (например, частотного анализа, вывода передаточных функций):
- макроблок;
 - порт входа;
 - порт выхода;
 - в память ("Передатчик");
 - из памяти ("Приемник");
 - стоп-расчет;
 - заметка - Комментарий и т.п.

При выполнении лабораторных работ по курсу ТАУ из этой библиотеки задействованы такие блоки, как *В память* и *Из памяти*.

- 6) "*Функции математические*". Блоки, осуществляющие элементарные функции над сигналом (возведение в степень, логарифмирование, тригонометрические функции и т. п.) Например, такие как:
- множитель
 - линейная функция
 - квадратичная функция
 - синус
 - логарифм натуральный и т.п.
- 7) "*Нелинейные звенья*". Содержат блоки, реализующие часто встречающиеся нелинейности - такие, как люфт, гистерезис, релейная характеристика и др.
- 8) "*Логические звенья*" и библиотека "*Ключи*". Содержат блоки, реализующие логические функции (так называемые "управляемые ключи"), пропускающие один из входных сигналов на выход в зависимости от значения другого входного сигнала. Подобные блоки могут быть использованы при анализе систем, имеющих элементы так называемой "переменной структуры".

9) "Дискретные звенья" содержит такие блоки как:

- задержка на шаг интегрирования;
- экстраполятор нулевого порядка;
- запаздывание дискретное и т.д.

Библиотеки с 6) по 9) представляют интерес при выполнении более сложных лабораторных работ, поэтому их состав приведен с целью ознакомления.

1.3. Ввод и формирование математической модели

Динамическая система представляется в виде структурной схемы, включающей в себя структурные элементы (блоки), входящие в состав вышеописанных библиотек.

Соединение блоков осуществляется с помощью связей, которые позволяют отобразить взаимодействие между отдельными элементами реальной системы. В ПК "МВТУ" все связи однонаправленные: они передают виртуальные сигналы с выходов одних блоков на входы других. Каждый блок, в свою очередь, снабжен одним или несколькими входами и выходами. В изображении блока они представляют собой стрелки, преимущественно – с правой стороны блока – выход, а с левой – вход, причем «острие» стрелки направлено вправо как для входа, так и для выхода (см. рис.5).

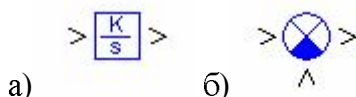


Рис.1.5 Стрелки - входы и выходы блоков. а) динамическое звено «интегратор», вход – слева, выход – справа; б) элемент математических операций «сумматор», два входа – слева и снизу, выход – справа.

Однонаправленность передачи сигнала в моделируемых системах состоит в том, что последующие блоки не должны влиять на работу предыдущих блоков. Такое требование следует выполнить при составлении функциональной схемы моделируемой системы, должным образом выделяя ее функциональные элементы. Линии связи проводятся от одного блока модели к другому с помощью мыши. Если структура имеет особый вид, например, в случае с обратной связью, то при построении удобно, если вход звена будет не слева, а справа, и также с выходом – расположение наоборот.

- Чтобы поменять расположение входов и выходов нужно щелкнуть правой кнопкой мыши по блоку и выбрать **Свойства**, затем во вкладках *Входы*, *Выходы* выбрать необходимое количество входов или выходов и их расположение с требуемой стороны.

При вводе блоков и возмущающих воздействий пользователь задает параметры - коэффициенты усиления, постоянные времени, начальные моменты времени для ступенчатых возмущающих воздействий и т. п. Вызов окна для ввода параметров производится по двукратному щелчку левой кнопкой мыши на самом блоке. Начальные значения переменных системы и их производных вводятся, исходя из заданной математической модели системы. Так, для системы, в начальный момент времени до появления входного воздействия находящейся в покое, значения переменных системы могут быть определены из статической характеристики, а значения их производных равны нулю.

По завершении ввода структура системы может быть сохранена в файл с расширением **.mrj**. Для этого - выбрать в главном меню **Файл -> Сохранить** или

щелкнуть по соответствующей иконке основной панели . В дальнейшем пользователь может вновь загружать ее из этого файла для последующего редактирования.

ЧАСТЬ 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПК «МВТУ»

2.1. Лабораторная работа № 1

«Расчет и исследование переходных процессов типового апериодического звена».

Цель работы: По заданным параметрам (k и T) апериодического звена выполнить расчет переходных процессов и исследовать влияние указанных параметров на его динамические характеристики.

Порядок выполнения работы:

- 2.1.1. Открыв окно программы «МВТУ», создать новую структуру. Для этого - выбрать в главном меню **Файл -> Создать** или щелкнуть по соответствующей иконке основной панели .
- 2.1.2. Построить структурную схему, содержащую звено ступенчатого нагружения и типовое апериодическое звено (Рис 2.1.1).

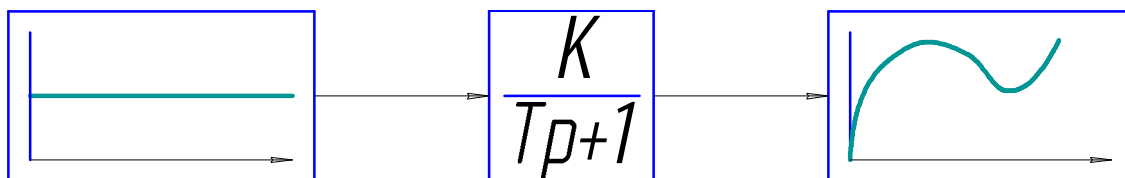


Рис. 2.1.1 Структурная схема модели для исследования апериодического звена

Для построения необходимо выполнить следующие действия:

- Поместить на рабочее пространство окна модели блоки:
 - генератора ступенчатого сигнала с вкладки **Источники**;
 - апериодического звена с вкладки **Динамические**;
 - осциллографа (Временной график) с вкладки **Данные**.

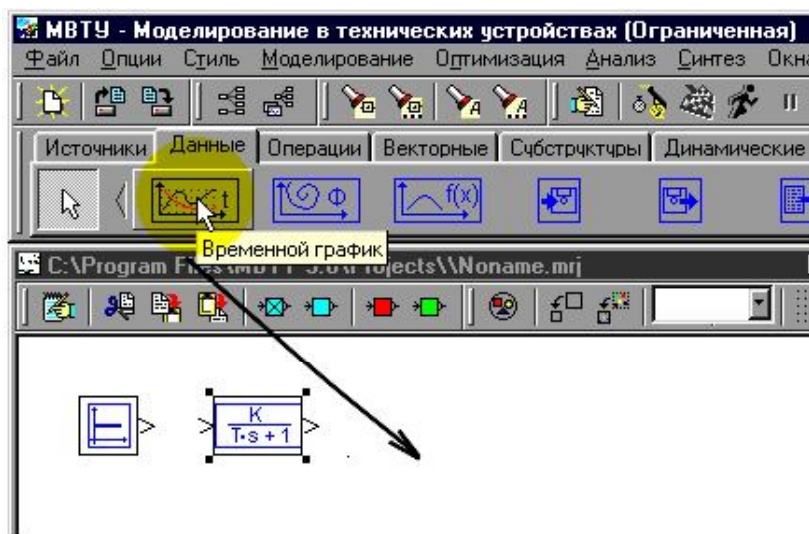


Рис. 2.1.2 Перенос блоков в поле окна модели.

Для перемещения блока следует щелкнуть по его обозначению на вкладке меню блоков, перенести курсор на нужное место рабочего пространства окна модели и вновь щелкнуть левой кнопкой (см. рис. 2.1.2).

- Выводить расположение блоков в один уровень и соединить их. Соединение блоков требует определенной сноровки и навыка. Для соединения нужно щелкать на «острие» стрелки выхода одного блока, курсор принимает вид прицела, и при **отпущенной** кнопке мыши перемещать курсор к «острию» стрелки входа другого блока, где вновь щелкнуть левой кнопкой. Появится линия, стрелка выхода блока, от которого вели связь, исчезнет, а стрелка входа блока, на который подается сигнал, будет закрашена черным. Если соединительная линия не удалась, то ее можно удалить, щелкнув по ней правой клавишей и выбрав пункт меню **Удалить связь**.

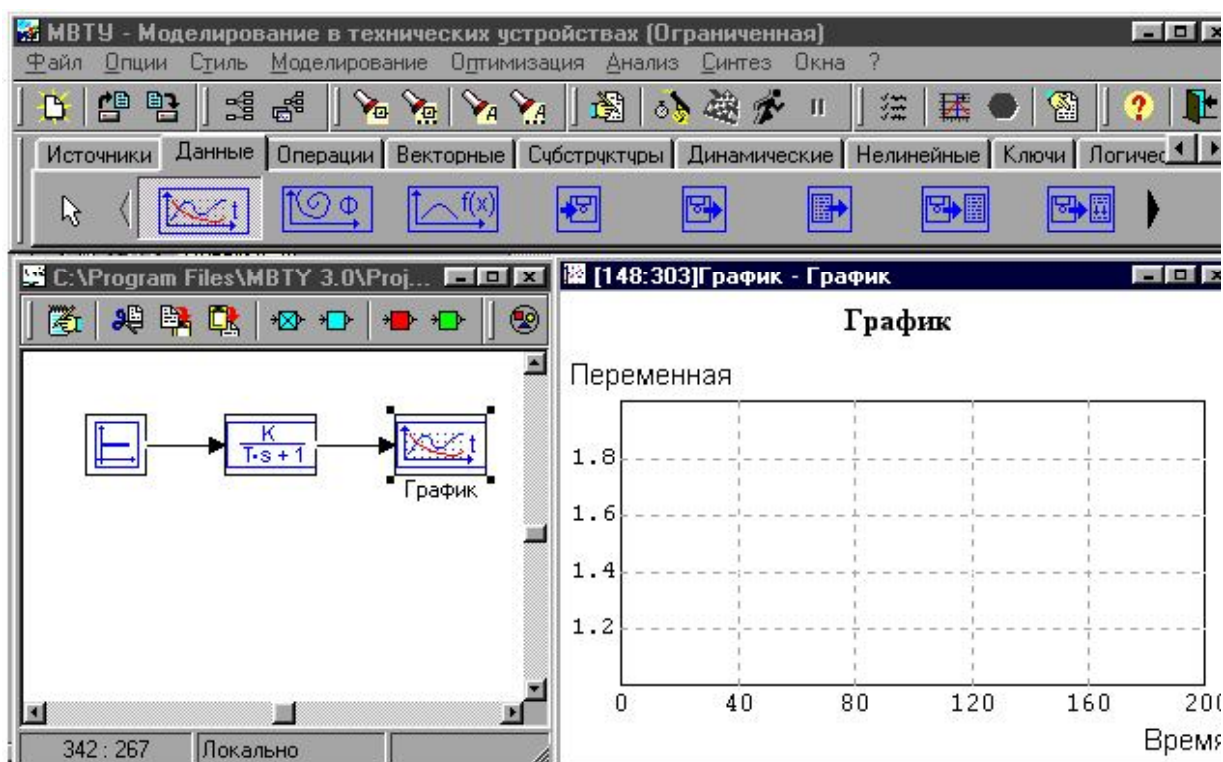


Рис. 2.1.3 Окно построенной модели и окно графика.

- Вывести окно построения графика результатов расчета переходного процесса. Дважды щелкнуть левой кнопкой мыши по блоку осциллографа (График), его появившееся окно переместить («хватая» окно за синюю верхнюю линию) на свободное место вправо и подравнять размеры и расположение окон (рис. 2.1.3).

2.1.3. Введение параметров апериодического звена согласно варианту задания

Щелкнуть правой клавишей по апериодическому звену в окне модели и в появившемся меню выбрать *Свойства*. В появившемся окне ввести значение коэффициента усиления **k** и значение постоянной времени звена **T** (рис. 2.1.4). Щелкнуть по кнопке **Да**.

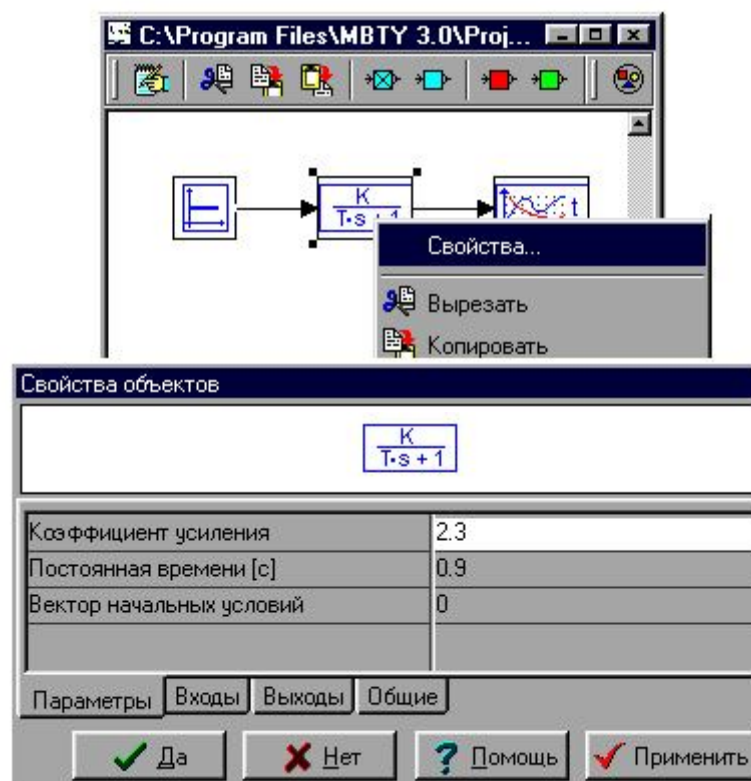


Рис. 2.1.4 Задание коэффициента усиления k и постоянной времени T .

2.1.4. Расчет переходного процесса модели

Щелкнуть по кнопке **Пуск** (Продолжить расчет Ctrl+F9) с изображением бегущего человечка на основной панели . Моделирование запущено. В окне графика появится результат рассчитанного программой переходного процесса. При этом в правом верхнем углу окна построения графика следует нажать кнопку *Развернуть* (график приобретет размеры экрана).

На вход аperiodического звена будет подан ступенчатый виртуальный сигнал, на который блок отреагирует постепенным изменением сигнала до его установившегося значения.

- После нажатия кнопки **Пуск**, появится окно с пугающим предупреждением о том, что заданная точность не обеспечивается. Это предупреждение относится только к первому шагу интегрирования, поэтому окно следует просто закрыть и можно анализировать полученную переходную характеристику.
- Если график не представляет из себя плавную кривую - следует изменить параметры расчета. Для этого нужно выбрать в главном меню **Моделирование -> Параметры расчета**, после чего откроется окно заданных параметров расчета введенной структуры. В открывшемся окне необходимо изменить заданные по умолчанию значения *Максимального шага интегрирования* и *Шага вывода результатов*, уменьшив значение на несколько порядков.

2.1.5. Обработка результатов.

В меню **Файл** выбрать **Сохранить как**, в появившемся окне указать путь к папке, в которой нужно сохранить и сохранить полученный график.

В отчет необходимо включить полученные графики переходных процессов, для этого нужно извлечь их из программы, чтобы в доступной форме в виде изображений (снимков) вставить в документ Word (отчет). При этом график следует откорректировать в

соответствующем масштабе, т.к. при построении график выводиться в автомасштабе, заданном в ПК «МВТУ», который не всегда отражает характеристику в нужном виде при заданных индивидуальных параметрах.

- Для изменения масштаба следует щелкнуть правой кнопкой мыши на построенном графике и выбрать в появившемся списке *Свойства*. После чего появится окно настройки графика, в котором следует задать максимальное значение величин осей абсцисс и ординат в соответствии с границами, в которых находится построенный переходный процесс, в этом же окне можно изменить название графика, назвав например, «*График переходного процесса*».
- Для получения снимка следует нажать клавишу Print Screen клавиатуры, запустить программу Paint (Пуск – Программы – Стандартные - Paint) и в меню Правка выбрать Вставить. Полученный снимок следует обрезать по контуру и сохранить в формате gif (или в любом другом графическом формате) в папке с отчетом.
- Кроме графика, в ПК «МВТУ» можно вывести таблицу результатов расчета переходного процесса. Для этого необходимо щелкнуть правой кнопкой мыши на построенном графике и в появившемся меню выбрать *Список*. После этого в левом верхнем углу появится таблица результатов, значения которой нужно скопировать в стандартную таблицу документов Word или Excel.

Обработка полученного графика производится вручную, либо с помощью программных средств (например, Mathcad и Excel) и включает в себя определение следующих параметров:

- Время переходного процесса - $t_{п.п.}$ (время выхода кривой в зону $\pm 5\%$ от установившегося значения)
- Постоянную времени - T - тремя способами (T' - проведением касательной при $t=0$, T'' - проведением касательной в точке $t=0,5t_{п.п.}$ и T''' - по уровню 0,63 от установившегося значения по кривой переходного процесса).

Полученные результаты свести в таблицу по форме Табл. 2.1

Табл.2.1

Результаты определения динамических характеристик типового апериодического звена.

№	k	T, сек	$t_{п.п.}$ сек	T' , сек	T'' , сек	T''' , сек	$T_{\text{ю.}}$, сек.
1	k_1	T_1					
2	k_2	T_2					
3	k_3	T_3					

Содержание отчета:

1. Задание.
2. Цель работы и порядок её выполнения.
3. Графики полученных переходных процессов с результатами их обработки.
4. Выводы: оценка влияния величины коэффициента k и постоянной T на динамические характеристики типового апериодического звена.

2.2. Лабораторная работа №2

«Расчет и исследование переходных процессов типового интегрирующего звена».

Цель работы: Выполнить расчет переходного процесса интегрирующего звена, используя ПК "МВТУ", и исследовать влияние коэффициента k .

Порядок выполнения работы:

2.2.1. Используя ПК "МВТУ", построить структурную схему со ступенчатым силовым воздействием для типового интегрирующего звена (Рис. 2.2.1) аналогично порядку, приведенному в п. 2.1.

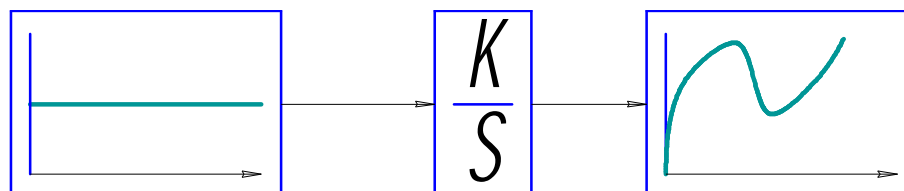


Рис. 2.2.1 Структурная схема для расчета и исследования переходных процессов интегрирующего звена

2.2.2. Для заданных значений коэффициента усиления k рассчитать и построить графики переходных процессов.

2.2.3. По графикам переходных процессов определить значение угла α .

Содержание отчета.

1. Задание.
2. Цель работы и порядок её выполнения.
3. Графики полученных переходных процессов с результатами их обработки.
4. Выводы: оценка влияния величины коэффициента k на вид переходного процесса типового интегрирующего звена.

2.3. Лабораторная работа №3

«Расчет и исследование переходных процессов типового колебательного звена».

Цель работы: По заданным параметрам колебательного звена выполнить расчет переходных процессов и исследовать влияние коэффициента демпфирования на его динамические характеристики.

Порядок выполнения работы:

2.3.1. Используя ПК "МВТУ", построить структурную схему, содержащее звено ступенчатого нагружения и типовое колебательное звено (Рис. 2.3.1).

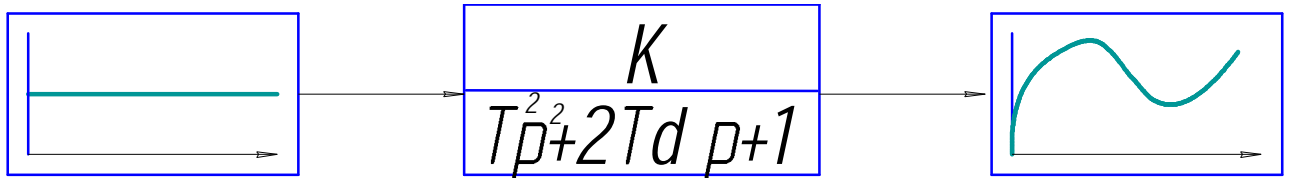


Рис. 2.3.1 Структурная схема для исследования колебательного звена

2.3.2. Для каждого из заданных значений “ d ” рассчитать и построить переходный процесс.

2.3.3. Выполнить обработку полученных переходных процессов, определив при этом следующие динамические параметры:

- Время переходного процесса $t_{i.л.}$ (время выхода кривой в зону $\pm 5\%$ от установившегося значения)
- Максимальную амплитуду колебаний - $A_{\max}$;
- Период колебаний - T ;
- Собственную частоту - $\omega = \frac{1}{T}$;
- Перерегулирование - σ (при его наличии);
- Постоянную времени - T_a (для неколебательного процесса);
- Логарифмический декремент колебаний - $\lambda = \frac{1}{n} \ln \frac{A}{A_{n+1}}$

Полученные результаты свести в таблицу по форме табл. 2.3

Табл. 2.3

Результаты определения динамических характеристик типового колебательного звена

№	d	$A_{\max}$	$t_{п.п.}, \text{сек}$	$T, \text{сек} (T_d)$	$\omega, 1/\text{сек}$	λ	σ
1							
2							
3							
4							
5							

2.3.4. По результатам п.2.3.3 построить графические зависимости:

- $A_{\max} = f(d)$
- $t_{п.п.} (d)$
- $\omega = f(d)$
- $\lambda = f(d)$

Содержание отчета:

1. Задание.
2. Цель работы и порядок её выполнения.
3. Графики полученных переходных процессов с результатами их обработки.
4. Зависимости основных динамических параметров от коэффициента демпфирования.
5. Выводы: Оценка влияния коэффициента демпфирования на значения основных динамических параметров.

ЧАСТЬ 3. ИССЛЕДОВАНИЕ САР.

3.1. Лабораторная работа № 4

«Исследование систем автоматического регулирования с помощью логарифмических частотных характеристик».

Цель работы: По заданной структурной схеме САР определить граничные значения областей динамического качества, построить соответствующие логарифмические частотные характеристики с проверкой расчетом переходных процессов.

Частотные характеристики линейной САР позволяют косвенно судить о ее динамическом качестве. Более того, эти характеристики позволяют оптимизировать параметры и структуру САР для получения требуемых ее свойств. Частотные характеристики представляют в той или иной форме зависимость коэффициента усиления системой синусоидального сигнала от частоты этого сигнала. Анализируя частотные характеристики системы можно установить степень ее устойчивости и определить возможности ее стабилизации.

Порядок выполнения работы:

3.1.1. Создать заданную структуру (модель) в соответствии с рис. 3.1.1, открыв окно программы «МВТУ».

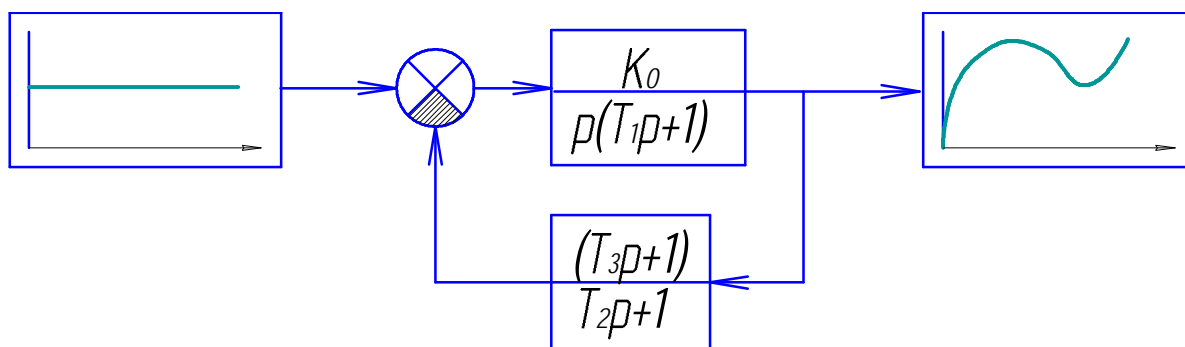


Рис. 3.1.1 Структурная схема САР

Для построения структуры необходимо выполнить следующие действия:

- Поместить на рабочее пространство окна модели блоки:
 - генератора ступенчатого сигнала с вкладки **Источники**;
 - звеньев $W(s) = \frac{K}{s(T \cdot s + 1)}$ и $W(s) = \frac{T_1 \cdot s + 1}{T_2 \cdot s + 1}$ с вкладки **Динамические**;
 - сумматора с вкладки **Операции**
 - осциллографа (Временной график) с вкладки **Данные**.

В дополнение к тем блокам, которые уже рассматривались в главе 2 в схеме на рис.3.1.1 используется блок *сумматор (Сравнивающее устройство)* с вкладки **Операции (Меню блоков)**.

- Выполнить соединения блоков. На схеме рис.3.1.1 используется еще одна операция – **ветвление**. После того, как выход САР подключен к входу временного графика, от этой линии следует сделать ответвление обратной связи.

Один из простых способов ввода обратной связи состоит в следующем. Необходимо, постоянно удерживая нажатой клавишу Ctrl, щелкнуть по линии правой кнопкой мыши. На линии появится точка. Продолжая удерживать Ctrl, щелкнуть по точке левой кнопкой мыши. Курсор примет вид прицела. Продолжая удерживать клавишу Ctrl, перемещать курсор к точкам поворота линии, где щелкать левой кнопкой мыши. Продолжать действия вплоть до подключения линии к входу блока, после чего отпустить клавишу Ctrl. Если линия получится неудачной, ее нужно удалить, щелкнув по ней правой клавишей и выбрав в выпавшем меню **Удалить линию в связи (Ctrl+Del)**.

- Ввести произвольные значения коэффициента усиления **k** и заданные значения постоянной времени T_i .

3.1.2. Построить амплитудно- частотные и фазо-частотные характеристики САР. Для построения характеристик в ПК «МВТУ» необходимо перейти в режим частотного анализа. Для проведения частотного анализа модели следует указать, какие ее звенья анализироваться. Для этого необходимо отметить условный вход анализируемого фрагмента схемы и его условный выход. В данном случае условным входом будет вход САР, а условным выходом – ее выход.

В программном комплексе "МВТУ" условный вход и условный выход обозначают с

помощью блока **В память** , расположенном на вкладке **Субструктуры**. Два таких блока следует вынести на окно модели и присоединить к входу и к выходу САР. Двойным щелчком по блоку, присоединенному ко входу САР вызвать окно задания названий переменных и изменить название **Y1** на **Вход**. Переменную **Y2** назвать **Выход** аналогичным образом (рис. 3.1.2).

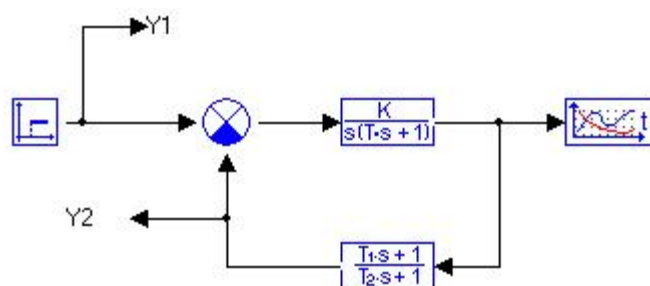


Рис. 3.1.2. Условные вход – Y1 и выход – Y2 САР.

- Отметим, что в соответствии с критериями устойчивости частотный анализ проводится для разомкнутой САР. Особенность ПК "МВТУ" в том, что он проверяет, все ли входы и выходы соединены и если это не так, то не позволяет проводить моделирование. Поэтому не всегда можно разорвать обратную связь удалением соединительной линии. В данном случае нужно установить коэффициент веса сумматора по нижнему входу равным нулю. Для этого следует дважды щелкнуть левой кнопкой мыши по сумматору в окне модели и в появившемся окне заменить второй весовой множитель с -1 на 0 (рис.3.1.3).

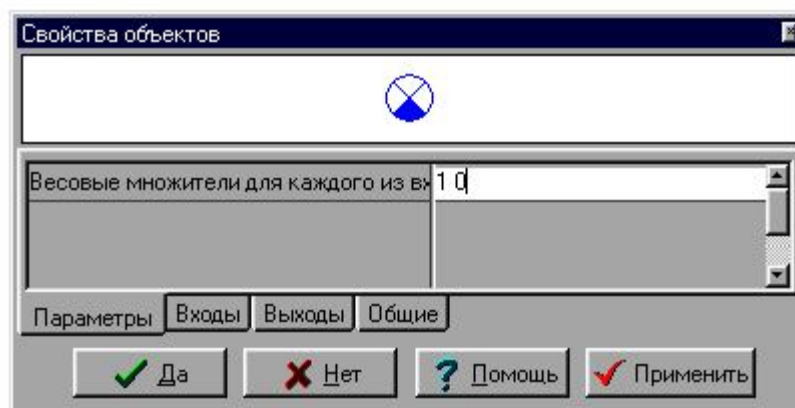


Рис. 3.1.3. Для размыкания контура первый весовой множитель сумматора оставлен равным 1, а второй задан равным нулю.

Порядок построения ЛАЧХ и ЛФЧХ в ПК "МВТУ" прост и состоит в следующем. Для модели рис.3.1.2. в главном меню ПК "МВТУ" выбрать: **Анализ – Частотный анализ**, в окне **Параметры частотного анализа** выбрать функцию - **Характеристик** из раздела *Создать окно* (рис. 3.1.4).

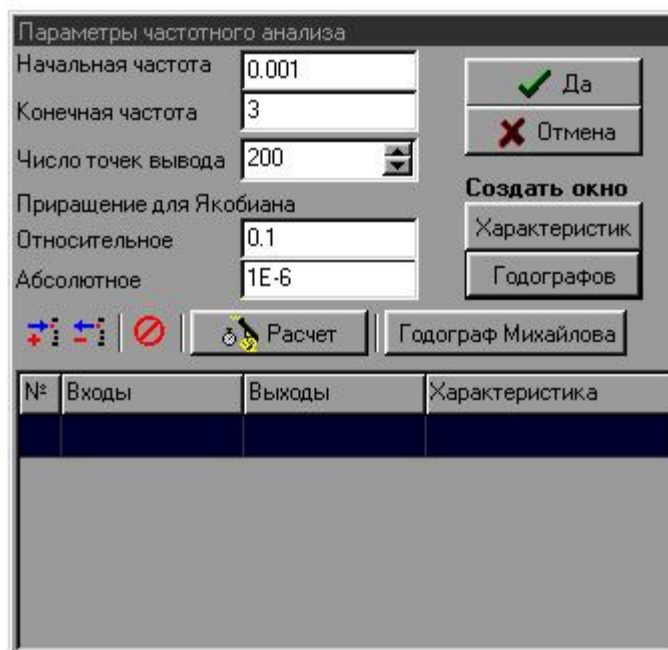


Рис. 3.1.4 Окно задания параметров частотного анализа

После нажатия кнопки **Характеристик**, внизу окна **Параметры частотного анализа** появится поле выбора анализируемого фрагмента схемы по **Входам** и **Выходам**. Далее следует дважды нажать кнопку  и в нижнем поле появятся две нумерованные строки, в которых необходимо указать, щелкая по соответствующим строчкам, названия переменных **Вход (Y1)** и **Выход (Y2)**, а также для первой строки выбрать **ЛАХ**, а для второй **ФЧХ** (рис. 3.1.5). Щелкнуть по кнопке **Расчет**  в окне **Параметры частотного анализа** и получить график с двумя частотными характеристиками.

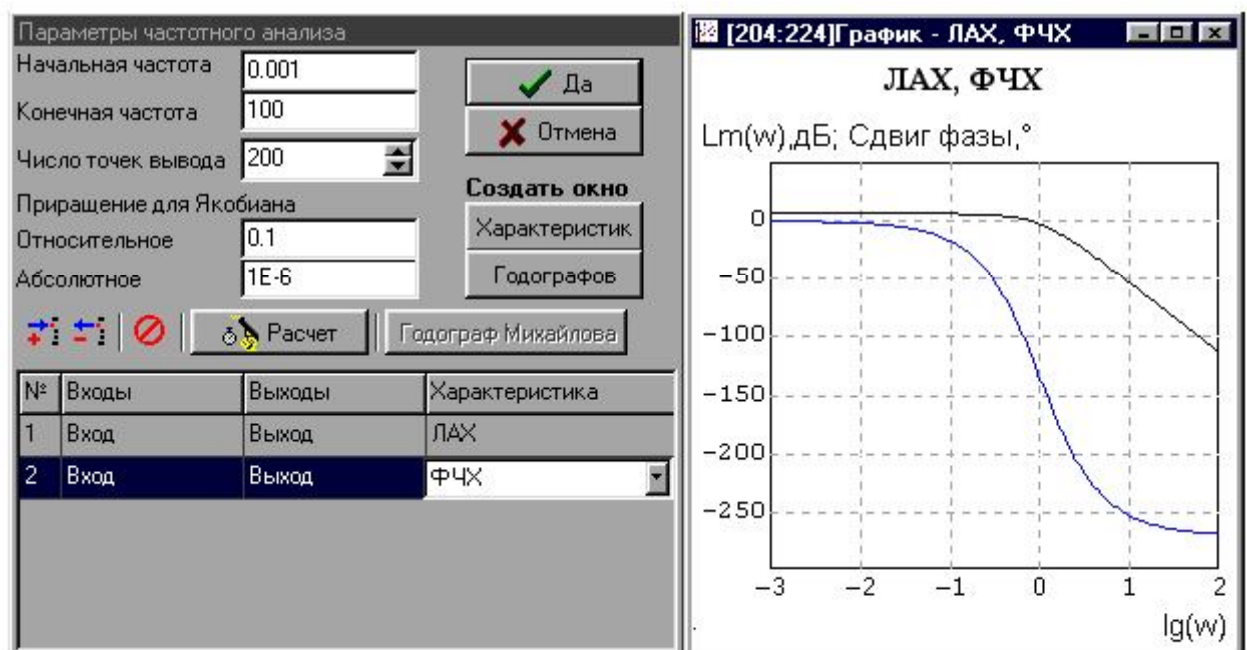


Рис. 3.1.5 Задание фрагмента схемы для проведения частотного анализа указанием названий соответствующих переменных, и вида требуемых характеристик. Справа показаны графики ЛАЧХ и ЛФЧХ, выдаваемые ПК "МВТУ" при щелчке по кнопке **Расчет**.

3.1.3. Оценить качество САР. В полученных графиках следует изменить масштаб осей (см. главу 2). Для упрощения просмотра и анализа ЛФЧХ целесообразно выбирать шаг разметки оси ординат равным 15° , 30° , 45° или 90° , так, чтобы была видна линия -180° . ЛАЧХ удобнее анализировать при шаге разметки в 20 дБ или кратном этому значению (рис. 3.1.6)

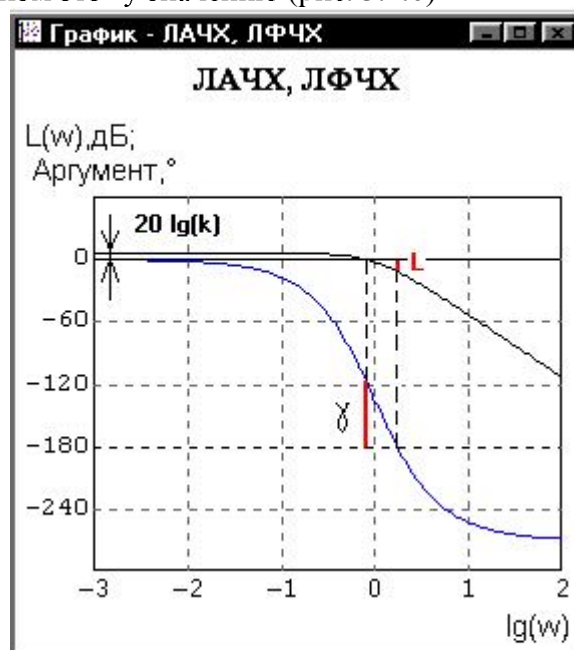


Рис. 3.1.6 ЛАЧХ и ЛФЧХ с измененным масштабом.

- Для определения запаса по фазе $\Delta\varphi$ нужно щелкнуть правой кнопкой мыши на полученном графике и в появившемся списке выбрать *Курсор*. После этого в окне графика появиться перекрестие, по наведению которого на ФЧХ при частоте среза в окне *Курсора* появится соответствующее значение фазы, далее определяется $\Delta\varphi$.

- 3.1.4. Изменяя значение k , построить соответствующие ЛАФЧХ и определить для каждого случая запас по фазе $\Delta\varphi$ с охватом значений $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$. Результаты свести в таблицу и построить график зависимости $\Delta\varphi = f(k)$. По полученной зависимости определить значения k , при которых $\Delta\varphi_1 = 0^\circ$, $\Delta\varphi_2 = 45^\circ$ и $\Delta\varphi_3 = 90^\circ$
- 3.1.5. Для установленных трех значений k построить ЛАФЧХ, выполнить их обработку.
- 3.1.6. Построить переходные процессы САР для трех вариантов k . Предварительно необходимо удалить блоки - условные **Вход Y1** и **Выход Y2** (проставленные для частого анализа) и относящиеся к ним связи, а также замкнуть разомкнутую обратную связь (аналогично размыканию, описанному в п.3.1.2, нужно заменить весовой коэффициент с 0 на -1). При этом структура примет следующий вид - рис. 3.1.7. Выполнить обработку переходных процессов.

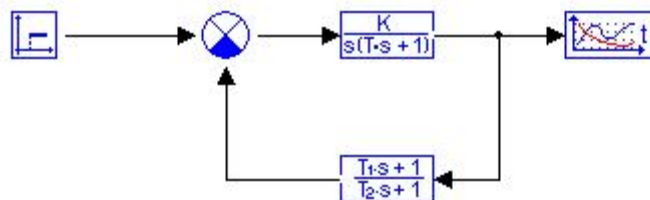


Рис. 3.1.7 Структурная схема для расчета и построения переходного процесса

Содержание отчета:

1. Задание.
2. Цель работы.
3. Зависимость $\Delta\varphi = f(k)$.
4. Результаты определения значений коэффициента k , при которых $\Delta\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$.
5. Логарифмические амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики для трех выбранных вариантов k .
6. Выполнить расчеты и построения соответствующих переходных процессов. Параметры обработки представить в виде таблицы результатов.
7. Выводы. Оценка влияния коэффициента k на динамику САР.

3.2. Лабораторная работа № 5

«Исследование влияния нелинейности модели на динамические характеристики САР».

Цель работы: Выполнить расчет и исследование результатов переходных процессов по заданной структурной схеме (рис. 3.1.1), используя программную среду Mathcad, для двух представлений модели – линейной и нелинейной. При этом в качестве модели используется гидростатический шпиндельный подшипник [2], расчетная схема которого приведена на рис.3.2.1.

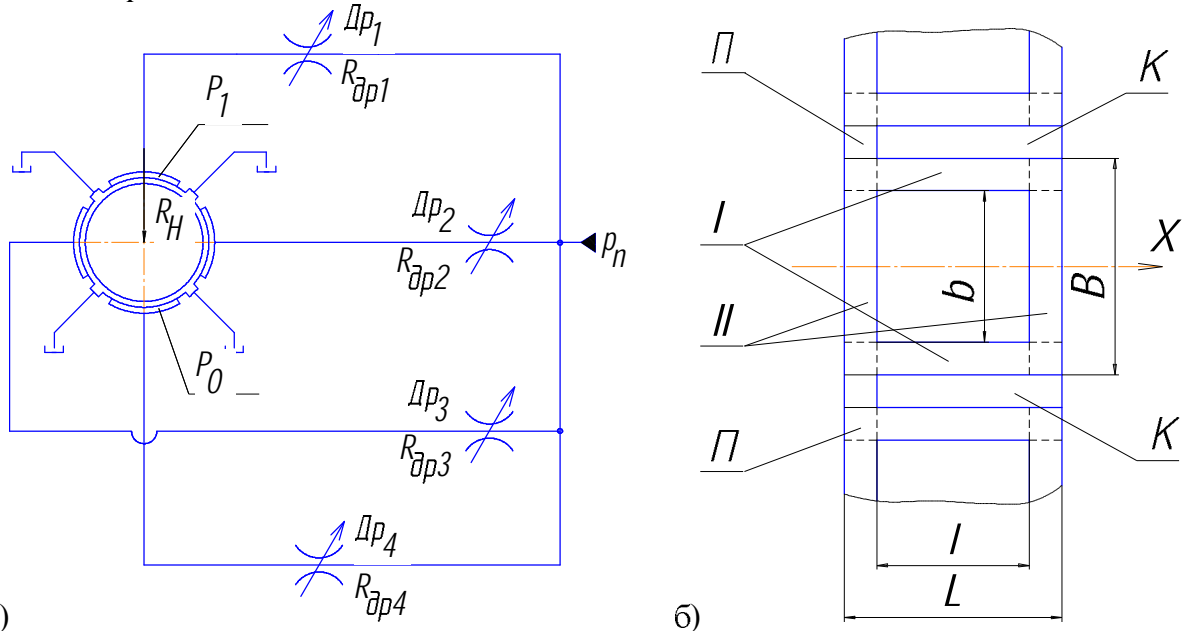


Рис. 3.2.1. Модель гидростатического шпиндельного подшипника: а) расчетная гидравлическая схема гидростатического подшипника; б) конструкция гидростатического подшипника (развертка).

На конструкции, представленной на рис. 3.2.1. б), опора разделена канавками K заглушенными с обеих сторон перемычками II , для организации сливных потоков рабочей жидкости.

Система уравнений, представляющая математическое описание нелинейной модели ГСН, имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} M\ddot{h}_1 = R_i + \frac{p_1}{2}(l_1 B_1 + b_1 L_1) - \frac{\mu \dot{h}_1}{4h_1^3} \left[(B_1 - b_1)^3 l_1 + (L_1 - l_1)^3 b_1 \right] - \frac{p_2}{2}(l_2 B_2 + b_2 L_2) - \\ - \frac{\mu \dot{h}_1}{4(h_2 - h_1)^3} \left[(B_2 - b_2)^3 l_2 + (L_2 - l_2)^3 b_2 \right] \\ \frac{p_i - p_1}{R_{\alpha \alpha 1}} = \frac{p_1 h_1^3}{3\mu} \left(\frac{l_1}{B_1 - b_1} + \frac{b_1}{L_1 - l_1} \right) + \left(\frac{V_{i \alpha 1}}{E_M} \right) \dot{p}_1 + h_1 (B_1 l_1 + b_1 L_1 - 2b_1 l_1) \\ \frac{p_i - p_2}{R_{\alpha \alpha 2}} = \frac{p_2 h_2^3}{3\mu} \left(\frac{l_2}{B_2 - b_2} + \frac{b_2}{L_2 - l_2} \right) + \left(\frac{V_{i \alpha 2}}{E_M} \right) \dot{p}_2 + h_2 (B_2 l_2 + b_2 L_2 - 2b_2 l_2) \\ h_2 = h_1 + h_2 \end{array} \right.$$

При этом нелинейным является уравнение баланса расходов жидкости.

Порядок выполнения работы:

3.2.1. Для построения переходного процесса линеаризованной модели открыть программу **LIN** из папки **TAУ-Mathcad**.

3.2.2. Ввести исходные данные в соответствии с индивидуальным заданием.

Исходными данными для проведения расчета являются:

- приведенная масса шпинделя M , [кг];
- половина суммарного зазора h , [м];
- давление питания p_i , [Па];
- ширина опоры B , [м];
- длина опоры L , [м];
- ширина кармана b , [м];
- длина кармана l , [м];
- приведенный объем рабочей жидкости $V_{i\delta}$, [м³];
- модуль объемной сжимаемости жидкости E_i , [Н/м²];
- коэффициент вязкости μ , [Па·с];
- внешняя нагрузка R_i , [Н];
- начальный момент времени, [с];
- конечный момент времени, [с];
- количество точек интегрирования.

Данные переменные величины, значения которых должны быть введены пользователем, выделены в тексте программы желтым цветом. Этим переменным присвоены какие-то значения, оставшиеся от предыдущего расчета. Отсутствующее в задании значение внешней нагрузки в соответствии с условиями исследования линеаризованных систем рекомендуется принимать равным малой величине 100 Н.

3.2.3. После ввода варианта задания следует построение графика переходного процесса. После этого следует проверить соответствие установленного системой Mathcad масштаба осей графика с пределами интегрирования и размахом полученной кривой. Сама процедура численного решения системы дифференциальных уравнений скрыта от пользователя. Для решения используется стандартная функция системы Mathcad, реализующая метод Рунге-Кутты четвертого рода с фиксированным шагом.

Одновременно с графиком в правой части экрана выводятся численные результаты интегрирования, по которым можно идентифицировать окончание расчета. Кроме того, полученные численные данные могут быть экспортированы в другую систему обработки данных (например, Microsoft Excel) для выполнения построения и последующей обработки.

3.2.4. Выполнить обработку графика и установить значения динамических параметров (длительность переходного процесса, период и частоту колебаний, логарифмический декремент и т.д.) Обработка выполняется либо по распечатке графика из Mathcad, либо при переносе в другой графический редактор (например, Компас).

3.2.5. Для построения переходного процесса нелинейной (исходной) модели открыть программу **NLIN** из папки **TAУ-Mathcad**.

3.2.6. Аналогично п.3.2.2 ввести исходные данные в соответствии с индивидуальным заданием.

3.2.7. Расчет и построение переходных процессов выполняется при возрастании внешней нагрузки до величин, при которых исчезает колебательность, или эксцентриситет достигает значения 0,8.

3.2.8. По результатам обработки переходных процессов строится график зависимости логарифмического декремента от эксцентриситета.

Содержание отчета:

1. Задание.
2. Цель работы и порядок её выполнения.
3. Системы уравнений - исходной и линеаризованной. Анализ нелинейностей.
4. Графики полученных переходных процессов с результатами их обработки.
5. Выводы: оценка влияния нелинейных свойств модели на показатели ее динамического качества.

3.3. Лабораторная работа № 6

«Расчет переходного процесса САР по вещественной характеристике системы».

Цель работы: По заданной передаточной функции $W(p)$ разомкнутой системы автоматического регулирования рассчитать и построить переходный процесс, используя приближенный метод вещественных частотных характеристик.

Порядок выполнения работы:

3.3.1. Для построения вещественной частотной характеристики $P(\omega)$ используется ее аналитическое выражение $P(\omega) = \text{Re}[\Phi(j\omega)]$, где $\Phi(j\omega)$ передаточная функция замкнутой системы, определяемая выражением:

$$\Phi(j\omega) = \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega)}$$
 Передаточная функция $[W(j\omega)]$ получается по заданной $W(p)$

заменой переменной p на комплексную переменную $j\omega$.

3.3.2. Выполнить разделение передаточной функции $\Phi(j\omega)$ на мнимую $Q(j\omega)$ и вещественную $P(\omega)$ частотные характеристики. Для этого числитель и знаменатель выражения $\Phi(j\omega)$ необходимо домножить на множитель, сопряженный знаменателю. После преобразований и группирования вещественных и мнимых слагаемых полученного полинома числителя определяется искомая вещественная частотная характеристика $P(\omega)$. Для построения зависимости $P=P(\omega)$ необходимо задавать изменение ω от 0 до значения при котором величина $P(\omega)$ становится достаточно близкой к 0.

3.3.3. Далее, кривая $P(\omega)$ заменяется несколькими трапециидальными кривыми (Рис 3.3.1) с таким расчетом, чтобы сумма ординат трапеции равнялась ординате вещественной частотной характеристики $P(\omega)$. При этом трапеции могут быть как положительными так и отрицательными (Рис 3.3.2). Каждая из трапеций должна иметь типовой вид (Рис 3.3.3), при котором она в полной мере определяется тремя параметрами:

- Частотой среза ω_c
- Высотой r
- Коэффициентом наклона $\chi = \frac{\omega_d}{\omega_c}$,

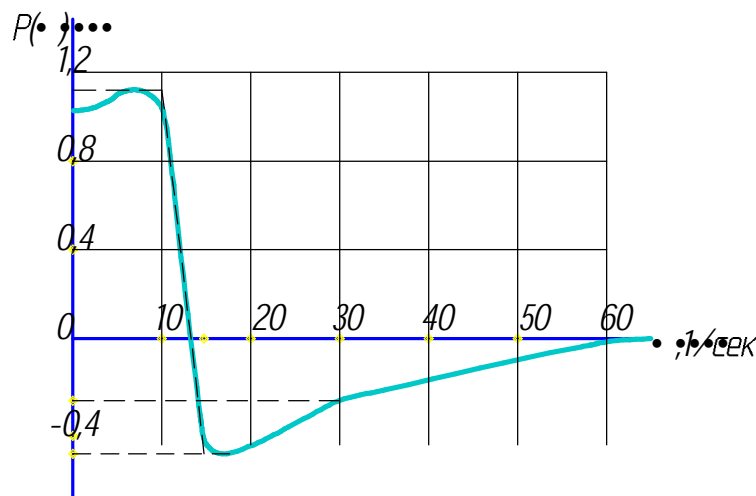


Рис.3.3.1 Вещественная характеристика $P=P(\omega)$ и разбиение её на участки с одинаковыми наклонами

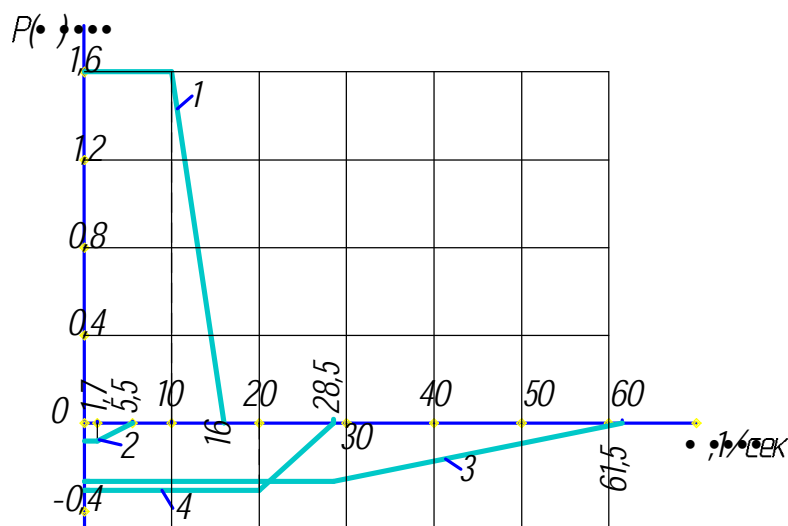


Рис.3.3.2 Выделение составляющих элементарных трапеций

где ω_c - интервал пропускания частот

ω_d - интервал равномерного пропускания частот.

Результаты определения параметров сводятся в таблицу по форме табл.3.3.1

Табл. 3.3.1

Параметры трапеций, соответствующих $P(\omega)$

№ тра- пец.	r	$\omega_c, \frac{1}{c}$	$\chi = \frac{\omega_d}{\omega_c}$
1			
2			
3			
⋮			
.			

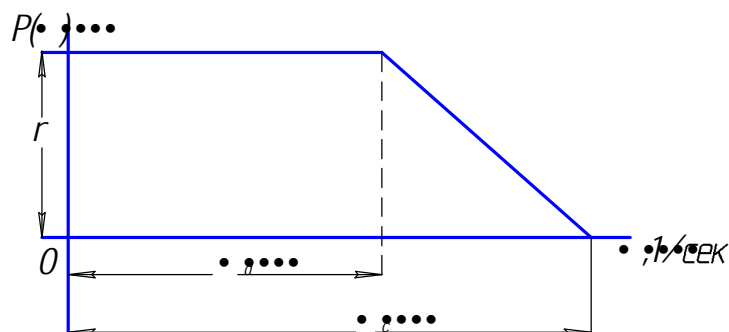


Рис.3.3.3 Параметры типовой трапеции

3.3.4. Выполнить построение h -функций. При этом h -функция $-h(\tau)$ представляет собой кривую переходного процесса системы, вещественная частотная характеристика которой – единичная трапеция, имеющая

$$r = +1 \quad \text{и} \quad \omega_c = 1 \frac{1}{c}.$$

Таким образом, любая единичная трапеция характеризуется только коэффициентом наклона $\chi = \omega_d$. Для единичных трапеций с различными значениями χ могут быть

определены ординаты переходного процесса в виде $h(\tau)$, где $\tau = \omega_0 \cdot t$ - безразмерный параметр времени. Из отмеченного выше следует, что для единичной трапеции $\tau = 1 \cdot t = t$.

Табличные функции $h(\tau)$ соответствуют различным коэффициентам наклона $0 \leq \chi \leq 1$. Если расчетная величина χ лежит между двумя табличными значениями, выполняется интерполяция. Сокращенная таблица h-функций приведена в приложении. Для перехода от h-функций к переходной функции $x(t)$, соответствующей конкретной составляющей трапециидальной вещественной частотной характеристики с тем же значением χ , но с $r(\omega) \neq 1$ и $\omega_c \neq 1$, необходимо каждое значение h-функции умножить на параметр $r(\omega)$ данной трапеции, а для перехода к фактическому времени с учетом того, что $\tau = \omega_c \cdot t$, необходимо, следовательно, выполнить переход по зависимости $t = \frac{\tau}{\omega_c}$.

Все промежуточные результаты определения параметров сводятся в таблицу по форме Табл.3.3.2.

Табл. 3.3.2

Результаты расчетов h-функций и составляющих $\chi_i(t)$ переходного процесса.

№	τ	h-функция				$x_1(t)$		$x_2(t)$		...		$x_n(t)$	
		χ_1	χ_2	...	χ_n	t_1	x_1	t_2	x_2	...	...	t_n	x_n
1	0,0												
2	0,5												
3	1,0												
4	1,5												
5	2,0												
:	:												

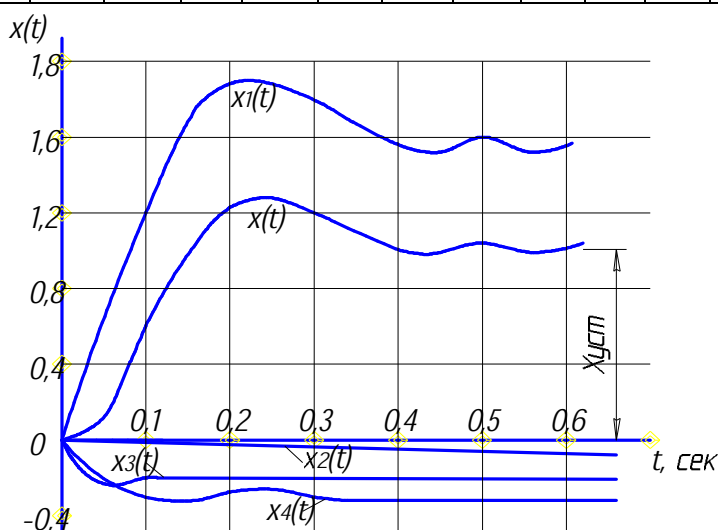


Рис.3.3.4 Составляющие $x_i(t)$ переходного процесса и результат $x(t)$ их суммирования

3.3.5. По данным таблицы 3.3.2 выполнить построение кривых $x_1(t)$ $x_2(t)$... $x_n(t)$ переходных процессов составляющих трапециидальных характеристик с последующим суммированием ординат например графически (рис. 3.3.4). Полученная кривая переходного процесса системы:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n x_i(t)$$

имеет вещественную частотную характеристику, соответствующую заданной передаточной функции $W(p)$.

3.3.6. Выполнить обработку полученного переходного процесса и расчет его динамических параметров.

Содержание отчета:

- 1.Задание
- 2.Цель работы
- 3.Определить передаточную функцию замкнутой системы $\Phi(j\omega)$.
- 4.Определить выражение вещественной частотной характеристики $P(\omega)$.
- 5.Построить зависимость $P(\omega)$.
- 6.Выполнить замену кривой $P(\omega)$ трапециидальными составляющими.
- 7.Определить параметры трапеций и занести их в таблицу.
- 8.По значениям коэффициента наклона χ определить соответствующие h-функции.
- 9.Выполнить расчет параметров переходного процесса и занести их в таблицу.
- 10.Построить составляющие переходного процесса и суммарный переходный процесс $x(t)$.
11. Определить основные характеристики переходного процесса:
 - Время переходного процесса,
 - Постоянную времени (в случае неколебательного процесса),
 - Период и частоту колебаний (при колебательном процессе),
 - Перерегулирование или логарифмический декремент колебаний.
10. Выводы: Оценить весовые значения составляющих на построение суммарного переходного процесса, дать общую его характеристику.

3.4. Лабораторная работа № 7

«Исследование переходных процессов САР методом изображений».

Цель работы: Методом изображений построить переходный процесс с последующей оценкой динамического качества и коэффициента демпфирования.

Порядок выполнения работы:

Одним из методов исследования автоматических систем является подача на вход единичного (постоянного) сигнала $x(t)$. По виду полученной при этом функции изменения выходного сигнала $y(t)$ (теоретически или экспериментально) можно судить о динамическом качестве исследуемой автоматической системы. По кривой изменения выходного сигнала определяют все основные показатели динамического качества.

Известно, что переходная функция W_s замкнутой автоматической системы представляет собой отношение выходной $y(t)$ и входной $x(t)$ величин (называемых в дальнейшем *оригиналами*). Одновременно эта же передаточная функция является отношением *изображений* выходной $y(s)$ и входной $x(s)$ величин, т.е.

$$W_s = y(t) / x(t) = y(s) / x(s).$$

Задача заключается в определении закона изменения выходной величины $y(t)$ при известной передаточной функции

$$y(t) = x(t) \cdot W_s,$$

что представляет известные трудности

Более просто задача может быть решена с помощью перехода в область изображений. Это позволяет аналогично области логарифмов заменять математические действия высшего порядка на более низкие, в нашем случае дифференцирование и интегрирование заменяется простым решением алгебраических уравнений. Существуют различные виды изображений: по *Лапласу*, по *Хевиссайду*, по *Лагранжу* и т. д. В машиностроении чаще всего применяются изображения по *Лапласу*. Следовательно, для решения поставленной задачи необходимо только иметь таблицу соответствия оригиналов изображениям (табл.6.1)

Табл. 3.4.1

Таблица соответствия оригиналов изображениям

Оригинал		Изображение	
$x(t); y(t)$		$x(s); y(s)$	
1		$1/s$	
A	1	A/s	
...		...	2
...		...	
...		...	
$y(t)$	3	$W_s A/s$	

Для решения задачи сначала находят изображение выходной величины

$$y(s) = x(s) \cdot W_s,$$

А затем по таблице соответствия, переходя от изображений к оригиналам, находят функцию изменения выходной величины $y(t)$.

Например, рассмотрим случай, когда на вход подаётся постоянная величина $x(t)=A$. Для начала находят изображения входного сигнала (переходят от оригинала, стрелка 1 в таблице соответствия). Очевидно, что изображение выходной величины при этом будет

$$y(s) = W_s \cdot \frac{A}{s}.$$

Затем ищут в колонке изображений таблицы соответствия полученный вид изображения выходной величины (стрелка 2 в таблице соответствия).

И, наконец, от изображения выходной величины переходят к оригиналу её (стрелка 3 в таблице соответствия), т. е. получают функцию $y(t)$, по которой строят кривую переходного процесса и определяют все показатели динамического качества.

Содержание отчета:

1. Задание.
2. Цель работы и порядок её выполнения.
3. По заданной структурной схеме автоматической системы определить передаточную функцию W_s замкнутой системы.
4. Получить кривую переходного процесса методом изображений по *Лапласу* с использованием программной среды СИАМ или ПК «МВТУ».
5. Выполнить сравнение переходных процессов.
6. Определить основные показатели динамического качества САР:
 - время переходного процесса,
 - период колебаний,
 - собственную частоту,
 - колебательность системы,
 - логарифмический декремент колебаний.
 - Установить влияние коэффициента усиления и коэффициента демпфирования на показатели динамического качества системы.

Вывод. Оценить соответствие полученных переходных процессов и охарактеризовать зависимость динамического качества САР от коэффициентов усиления и демпфирования.

Таблица функции $h(t_0)$

t	x									
	0.0	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.5	0.158	0.165	0.176	0.184	0.192	0.199	0.207	0.215	0.223	0.231
1.0	0.310	0.326	0.340	0.356	0.371	0.386	0.401	0.417	0.432	0.447
1.5	0.449	0.469	0.494	0.516	0.538	0.560	0.580	0.603	0.617	0.646
2.0	0.572	0.597	0.628	0.655	0.683	0.709	0.733	0.761	0.786	0.810
2.5	0.674	0.705	0.739	0.771	0.802	0.833	0.861	0.891	0.916	0.943
3.0	0.755	0.790	0.828	0.863	0.896	0.928	0.958	0.987	1.013	1.038
3.5	0.814	0.853	0.892	0.928	0.963	0.994	1.024	1.050	1.074	1.095
4.0	0.857	0.896	0.938	0.974	1.008	1.039	1.060	1.090	1.107	1.124
4.5	0.883	0.923	0.960	0.997	1.029	1.057	1.080	1.100	1.115	1.129
5.0	0.896	0.936	0.978	1.012	1.042	1.067	1.087	1.103	1.112	1.117
5.5	0.900	0.940	0.986	1.019	1.046	1.067	1.083	1.093	1.095	1.097
6.0	0.904	0.943	0.982	1.013	1.037	1.054	1.065	1.070	1.068	1.062
6.5	0.904	0.942	0.980	1.009	1.030	1.043	1.050	1.049	1.043	1.033
7.0	0.904	0.944	0.979	1.006	1.024	1.035	1.037	1.033	1.023	1.009
7.5	0.907	0.945	0.980	1.006	1.019	1.025	1.025	1.017	1.005	0.989
8.0	0.910	0.951	0.985	1.008	1.020	1.024	1.021	1.012	0.995	0.981
8.5	0.918	0.956	0.989	1.010	1.021	1.022	1.018	1.007	0.992	0.977
9.0	0.924	0.965	0.997	1.016	1.025	1.025	1.018	1.006	0.992	0.978
9.5	0.932	0.972	1.004	1.022	1.029	1.027	1.019	1.006	0.993	0.982
10.0	0.939	0.978	1.009	1.025	1.031	1.027	1.019	1.006	0.993	0.987
10.5	0.946	0.985	1.013	1.028	1.033	1.028	1.017	1.005	0.993	0.991
11.0	0.947	0.988	1.015	1.029	1.031	1.025	1.014	1.002	0.993	0.991
11.5	0.949	0.988	1.016	1.027	1.028	1.021	1.010	0.999	0.991	0.989
12.0	0.950	0.988	1.015	1.025	1.024	1.015	1.004	0.994	0.988	0.987
12.5	0.950	0.989	1.013	1.022	1.019	1.010	0.999	0.990	0.986	0.968
13.0	0.950	0.989	1.012	1.019	1.015	1.005	0.994	0.986	0.985	0.987
13.5	0.950	0.990	1.011	1.017	1.011	1.000	0.990	0.983	0.984	0.988

Таблица функции $h(t_0)$

(продолжение)

t	x										
	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	0.240	0.248	0.255	0.259	0.267	0.275	0.282	0.290	0.297	0.304	0.314
1.0	0.461	0.476	0.490	0.505	0.519	0.534	0.547	0.562	0.575	0.593	0.603
1.5	0.665	0.685	0.706	0.722	0.740	0.758	0.776	0.794	0.813	0.832	0.844
2.0	0.833	0.856	0.878	0.899	0.919	0.938	0.956	0.974	0.986	1.003	1.020
2.5	0.967	0.985	1.010	1.031	1.042	1.060	1.078	1.098	1.113	1.125	1.133
3.0	1.061	1.082	1.100	1.117	1.130	1.142	1.154	1.164	1.172	1.176	1.178
3.5	1.115	1.132	1.145	1.158	1.161	1.166	1.171	1.174	1.175	1.175	1.175
4.0	1.142	1.152	1.158	1.159	1.160	1.161	1.156	1.149	1.141	1.131	1.118
4.5	1.138	1.134	1.134	1.138	1.132	1.127	1.111	1.099	1.085	1.071	1.053
5.0	1.118	1.115	1.107	1.098	1.084	1.069	1.053	1.037	1.019	1.001	0.986
5.5	1.092	1.083	1.070	1.050	1.032	1.016	0.994	0.979	0.962	0.951	0.932
6.0	1.051	1.037	1.021	1.003	0.984	0.966	0.949	0.934	0.922	0.914	0.906
6.5	1.018	1.001	0.982	0.965	0.948	0.936	0.920	0.910	0.903	0.903	0.905
7.0	0.993	0.975	0.957	0.941	0.927	0.917	0.911	0.908	0.909	0.915	0.925
7.5	0.974	0.958	0.944	0.926	0.922	0.911	0.920	0.927	0.934	0.946	0.958
8.0	0.966	0.951	0.941	0.935	0.932	0.936	0.944	0.955	0.970	0.986	1.004
8.5	0.966	0.949	0.944	0.948	0.951	0.958	0.974	0.990	1.006	1.023	1.041
9.0	0.970	0.960	0.961	0.966	0.976	0.990	1.006	1.023	1.039	1.053	1.061
9.5	0.975	0.972	0.980	0.987	1.000	1.015	1.033	1.048	1.059	1.066	1.066
10.0	0.982	0.985	0.993	1.006	1.020	1.036	1.049	1.059	1.063	1.062	1.056
10.5	0.987	0.996	1.007	1.017	1.033	1.046	1.054	1.058	1.055	1.048	1.033
11.0	0.993	1.002	1.014	1.027	1.039	1.047	1.048	1.044	1.034	1.021	1.005
11.5	0.997	1.006	1.017	1.029	1.037	1.043	1.034	1.024	1.010	0.994	0.977
12.0	0.997	1.006	1.019	1.026	1.027	1.025	1.015	1.000	0.984	0.969	0.958
12.5	0.997	1.006	1.018	1.019	1.017	1.010	0.995	0.979	0.965	0.954	0.949
13.0	0.997	1.006	1.014	1.012	1.005	0.993	0.980	0.964	0.955	0.950	0.955
13.5	0.998	1.006	1.010	1.005	0.995	0.982	0.968	0.958	0.954	0.958	0.970

Таблица функции $h(t_0)$

(продолжение)

t	x									
	0.0	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
14.0	0.952	0.989	1.011	1.016	1.009	0.997	0.988	0.983	0.985	0.991
14.5	0.954	0.990	1.012	1.015	1.008	0.996	0.987	0.985	0.988	0.996
15.0	0.956	0.993	1.012	1.014	1.007	0.995	0.988	0.987	0.991	1.000
15.5	0.959	0.995	1.014	1.014	1.006	0.995	0.989	0.988	0.996	1.004
16.0	0.961	0.997	1.015	1.014	1.006	0.995	0.991	0.992	0.998	1.007
16.5	0.964	0.999	1.016	1.014	1.005	0.995	0.993	0.995	1.002	1.009
17.0	0.965	1.001	1.016	1.013	1.005	0.955	0.994	0.997	1.005	1.010
17.5	0.966	1.002	1.015	1.012	1.003	0.995	0.994	0.998	1.006	1.010
18.0	0.966	1.002	1.015	1.011	1.002	0.995	0.995	1.001	1.008	1.010
18.5	0.966	1.001	1.015	1.009	1.001	0.994	0.995	1.001	1.007	1.009
19.0	0.967	1.000	1.015	1.008	0.998	0.992	0.995	1.001	1.006	1.006
19.5	0.967	1.000	1.014	1.006	0.996	0.991	0.995	1.001	1.005	1.004
20.0	0.967	1.000	1.013	1.005	0.995	0.991	0.995	1.001	1.005	1.002
20.5	0.968	1.002	1.012	1.004	0.994	0.991	0.996	1.002	1.004	1.001
21.0	0.968	1.002	1.011	1.003	0.994	0.992	0.997	1.003	1.004	1.001
21.5	0.969	1.002	1.011	1.003	0.995	0.992	0.999	1.004	1.004	1.001
22.0	0.971	1.002	1.011	1.002	0.995	0.993	1.000	1.005	1.004	1.000
22.5	0.973	1.002	1.011	1.002	0.996	0.995	1.002	1.006	1.004	0.999
23.0	0.974	1.005	1.011	1.002	0.996	0.997	1.004	1.007	1.003	0.999
23.5	0.975	1.005	1.010	1.002	0.996	0.998	1.004	1.008	1.003	0.998
24.0	0.975	1.005	1.010	1.001	0.996	0.999	1.005	1.007	1.002	0.997
24.5	0.975	1.005	1.009	1.000	0.996	0.999	1.005	1.006	1.001	0.997
25.0	0.975	1.005	1.008	1.000	0.995	0.999	1.005	1.004	1.000	0.996
25.5	0.975	1.005	1.008	0.999	0.995	0.999	1.004	1.003	0.998	0.996
26.0	0.975	1.005	1.007	0.999	0.995	0.999	1.004	1.002	0.997	0.996

Таблица функции $h(t_0)$

(продолжение)

t	x										
	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
14.0	1.000	1.006	1.008	0.999	0.987	0.974	0.965	0.961	0.965	0.976	0.990
14.5	1.002	1.006	1.005	0.994	0.983	0.970	0.969	0.971	0.981	0.997	1.010
15.0	1.005	1.007	1.002	0.993	0.983	0.976	0.978	0.987	1.001	1.017	1.030
15.5	1.008	1.007	1.001	0.993	0.985	0.984	0.991	1.003	1.019	1.032	1.040
16.0	1.011	1.008	1.001	0.994	0.990	0.993	1.003	1.018	1.031	1.039	1.039
16.5	1.011	1.008	1.001	0.996	0.995	1.001	1.014	1.027	1.036	1.038	1.028
17.0	1.012	1.007	0.999	0.997	0.999	1.008	1.020	1.030	1.032	1.027	1.012
17.5	1.009	1.005	0.997	0.998	1.002	1.012	1.023	1.027	1.023	1.013	0.988
18.0	1.008	1.002	0.997	0.998	1.004	1.014	1.020	1.018	1.008	0.993	0.979
18.5	1.006	0.999	0.995	0.998	1.003	1.012	1.014	1.007	0.993	0.978	0.969
19.0	1.001	0.995	0.993	0.997	1.004	1.009	1.006	0.995	0.981	0.969	0.967
19.5	0.998	0.992	0.992	0.996	1.003	1.005	0.998	0.985	0.973	0.967	0.973
20.0	0.996	0.991	0.992	0.995	1.003	1.001	0.991	0.979	0.972	0.974	0.985
20.5	0.995	0.991	0.994	0.996	1.001	0.996	0.986	0.976	0.974	0.990	1.001
21.0	0.995	0.993	0.997	0.996	0.999	0.993	0.983	0.975	0.981	1.002	1.016
21.5	0.996	0.995	1.000	0.995	0.998	0.992	0.986	0.988	0.997	1.013	1.024
22.0	0.996	0.996	1.000	0.997	0.997	0.991	0.991	0.997	1.012	1.024	1.029
22.5	0.997	1.000	1.004	1.000	0.996	0.992	0.998	1.008	1.022	1.028	1.026
23.0	0.998	1.001	1.006	1.001	0.997	0.994	1.002	1.015	1.025	1.027	1.016
23.5	0.999	1.002	1.007	1.002	0.998	0.997	1.007	1.017	1.023	1.023	1.002
24.0	1.000	1.002	1.008	1.003	0.999	1.000	1.008	1.017	1.015	1.012	0.988
24.5	1.000	1.002	1.006	1.003	1.000	1.002	1.008	1.014	1.005	0.995	0.979
25.0	1.000	1.002	1.004	1.003	1.001	1.003	1.005	1.008	0.991	0.985	0.975
25.5	1.000	1.002	1.002	1.002	1.002	1.004	1.004	1.001	0.986	0.978	0.977
26.0	1.000	1.002	1.000	1.001	1.002	1.004	1.002	0.987	0.984	0.977	0.983

Таблица преобразования Лапласа для рациональных изображений $F(s) = \frac{D_1(s)}{D(s)}$

№	F(s)	F(t) (t > 0)	
1.1	$\frac{1}{s}$	1	
1.2	$\frac{1}{s-a}$	e^{at}	
1.3	$\frac{1}{s(s-a)}$	$Ae^{at}+K$	$A=1/a, K=-1/a$
1.4	$\frac{s+d}{s(s-a)}$		$A=(1+d/a), K=-d/a$
1.5	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}$	$Ae^{at}+Be^{bt}$	$A=1/(a-b), B=1/(b-a)$
1.6	$\frac{s+d}{(s-a)(s-b)}$		$A = \frac{a+d}{a-b}; B = \frac{b+d}{b-a};$
1.7	$\frac{1}{s(s-a)(s-b)}$	$Ae^{at}+Be^{bt}+K$	$A = \frac{1}{a(a-b)}; B = \frac{1}{b(b-a)}; K = \frac{1}{ba};$
1.8	$\frac{s+d}{s(s-a)(s-b)}$		$A = \frac{a+d}{a(a-b)}; B = \frac{b+d}{b(b-a)}; K = \frac{d}{ba};$
1.9	$\frac{s^2+gs+d}{s(s-a)(s-b)}$		$A = \frac{a^2+ga+d}{a(a-b)}; B = \frac{b^2+gb+d}{b(b-a)}; K = \frac{d}{ba};$
1.10	$\frac{1}{(s-a)(s-b)(s-c)}$	$Ae^{at}+Be^{bt}+Ce^{ct}$	$A = \frac{1}{(a-b)(a-c)};$ $B = \frac{1}{(b-a)(b-c)}; C = \frac{1}{(c-a)(c-d)};$
1.11	$\frac{s+d}{(s-a)(s-b)(s-c)}$		$A = \frac{a+d}{(a-b)(a-c)};$ $B = \frac{b+d}{(b-a)(b-c)}; C = \frac{c+d}{(c-a)(c-d)};$
1.12	$\frac{s^2+gs+d}{(s-a)(s-b)(s-c)}$		$A = \frac{a^2+ag+d}{(a-b)(a-c)};$ $B = \frac{b^2+bg+d}{(b-a)(b-c)}; C = \frac{c^2+cg+d}{(c-a)(c-d)};$
2.1	$\frac{1}{(s-a)^2+\omega^2}$	$Ae^{at}\sin(\omega t + \alpha)$	$A = \frac{1}{\omega}; \alpha = 0;$
2.2	$\frac{s+d}{(s-a)^2+\omega^2}$		$A = \frac{1}{\omega} \left[(a+d)^2 + \omega^2 \right]^{1/2} \cdot \alpha = \arctg \frac{\omega}{a+b}$
2.3	$\frac{1}{s \sqrt{(s-a)^2 + \omega^2}}$	$Ae^{at}\sin(\omega t + \alpha) + K$	$A = \frac{1}{\omega} \frac{1}{(a^2 + \omega^2)^{1/2}} \cdot K = \frac{1}{a^2 + \omega^2}; \alpha = -\arctg \frac{\omega}{a}$
2.4	$\frac{s+d}{s \sqrt{(s-a)^2 + \omega^2}}$		$A = \frac{1}{\omega} \left[\frac{(a+b)^2 + \omega^2}{a^2 + \omega^2} \right]^{1/2} \cdot K = \frac{d}{a^2 + \omega^2};$ $\alpha = \arctg \frac{\omega}{a+d} - \arctg \frac{\omega}{a}$

(продолжение)

№	F(s)	F(t) (t > 0)	
2.5	$\frac{s^2 + gs + d}{s[(s-a)^2 + \omega^2]}$	$Ae^{at}\sin(\omega t + \alpha) + K$	$A = \frac{1}{\omega} \left[\frac{(a^2 - \omega^2 + ag + d)^2 + \omega^2(2a + g)^2}{a^2 + \omega^2} \right]^{1/2}$ $K = \frac{d}{a^2 + \omega^2};$ $\alpha = \arctg \frac{\omega(2a + g)}{a^2 - \omega^2 + ag + d} - \arctg \frac{\omega}{a}$
2.6	$\frac{1}{(s-b)[(s-a)^2 + \omega^2]}$	$Ae^{at}\sin(\omega t + \alpha) + Be^{bt}$	$A = \frac{1}{\omega} \frac{1}{[(a-b)^2 + \omega^2]^{1/2}}$ $B = \frac{1}{(a-b)^2 + \omega^2}; \alpha = -\arctg \frac{\omega}{a-b}$
2.7	$\frac{s+d}{(s-b)[(s-a)^2 + \omega^2]}$		$A = \frac{1}{\omega} \left[\frac{(a+d)^2 + \omega^2}{(a-b)^2 + \omega^2} \right]^{1/2}$ $B = \frac{b+d}{(a-b)^2 + \omega^2}; \alpha = \arctg \frac{\omega}{a+d} - \arctg \frac{\omega}{a-b}$
2.8	$\frac{s^2 + gs + d}{(s-b)[(s-a)^2 + \omega^2]}$		$A = \frac{1}{\omega} \left[\frac{(a^2 - \omega^2 + ag + d)^2 + \omega^2(2a + g^2)}{(a-b)^2 + \omega^2} \right]^{1/2}$ $B = \frac{b^2 + bg + d}{(a-b)^2 + \omega^2};$ $\alpha = \arctg \frac{\omega}{a^2 - \omega^2 + ag + d} - \arctg \frac{\omega}{a-b}$
2.9	$\frac{1}{s(s-b)[(s-a)^2 + \omega^2]}$		$A = \frac{1}{\omega} \frac{1}{(a^2 + \omega^2)^{1/2} [(a-b)^2 + \omega^2]^{1/2}}$ $B = \frac{1}{b[(b-a)^2 + \omega^2]}; K = -\frac{1}{b(a^2 + \omega^2)};$ $\alpha = -\arctg \frac{\omega}{a-b} - \arctg \frac{\omega}{a}$
2.10	$\frac{s+d}{s(s-b)[(s-a)^2 + \omega^2]}$	$Ae^{at}\sin(\omega t + \alpha) + Be^{bt} + K$	$A = \frac{1}{\omega(a^2 + \omega^2)^{1/2}} \left[\frac{(d+a)^2 + \omega^2}{(a-b)^2 + \omega^2} \right]^{1/2}$ $B = \frac{b+d}{b[(b-a)^2 + \omega^2]}; K = -\frac{d}{b(a^2 + \omega^2)};$ $\alpha = \arctg \frac{\omega}{a+d} - \arctg \frac{\omega}{a-b} - \arctg \frac{\omega}{a}$
2.11	$\frac{s^2 + gs + d}{s(s-b)[(s-a)^2 + \omega^2]}$		$A = \frac{1}{\omega} \left\{ \frac{(a^2 - \omega^2 + ag + d)^2 + \omega^2(2a + g)^2}{(a^2 + \omega^2)[(a-b)^2 + \omega^2]} \right\}^{1/2}.$ $B = \frac{b^2 + bg + d}{b[(b-a)^2 + \omega^2]}; K = -\frac{d}{b(a^2 + \omega^2)};$ $\alpha = \arctg \frac{\omega(2a + g)}{a^2 - \omega^2 + ag + d} - \arctg \frac{\omega}{a-b} - \arctg \frac{\omega}{a}$

(продолжение)

2.12	$\frac{1}{[(s-a^2)+\omega_1^2](s^2+\omega_2^2)}$		$A = \frac{1}{\omega (a^2 + \omega^2)^{1/2} [(a-b)^2 + \omega^2]^{1/2}}$ $B = \frac{1}{\omega^2 [(a^2 + \omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4a^2\omega_2^2]^{1/2}}$ $\alpha = -\arctg \frac{2a\omega_1}{a^2 - \omega_1^2 + \omega_2^2} \quad \beta = \arctg \frac{2a\omega_2}{a^2 + \omega_1^2 - \omega_2^2}$
2.13	$\frac{s+d}{[(s-a^2)+\omega_1^2](s^2+\omega_2^2)}$	$Ae^{at}\sin(\omega_1 t + \alpha) + B\sin(\omega_2 t + \beta)$	$A = \frac{1}{\omega_1} \left[\frac{(a+d)^2 \omega_1^2}{(a^2 + \omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4a^2\omega_2^2} \right]^{1/2}$ $B = \frac{1}{\omega^2} \left[\frac{d^2 + \omega_2^2}{(a^2 + \omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4a^2\omega_2^2} \right]^{1/2}$ $\alpha = \arctg \frac{\omega_1}{a+d} - \arctg \frac{2a\omega_1}{a^2 - \omega_1^2 + \omega_2^2}$ $\beta = \arctg \frac{\omega_2}{d} + \arctg \frac{2a\omega_2}{a^2 + \omega_1^2 - \omega_2^2}$
2.14	$\frac{s^2+gs+d}{[(s-a^2)+\omega_1^2](s^2+\omega_2^2)}$	$Ae^{at}\sin(\omega_1 t + \alpha) + B\sin(\omega_2 t + \beta)$	$A = \frac{1}{\omega_1} \left[\frac{(a^2 - \omega_1^2 + ag + d)^2 + \omega_1^2 (2a + g)^2}{(a^2 + \omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4a^2\omega_2^2} \right]^{1/2}$ $B = \frac{1}{\omega^2} \left[\frac{(d - \omega_2^2)^2 g^2 \omega_2^2}{(a^2 + \omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4a^2\omega_2^2} \right]^{1/2}$ $\alpha = \arctg \frac{\omega_1(2a + g)}{a^2 - \omega_1^2 + ag + d} - \arctg \frac{2a\omega_1}{a^2 - \omega_1^2 + \omega_2^2}$ $\beta = \arctg \frac{g\omega_2}{d - \omega_2^2} + \arctg \frac{2a\omega_2}{a^2 + \omega_1^2 - \omega_2^2}$
3.1	$\frac{1}{s^2}$	t	
3.2	$\frac{1}{(s-a)^2}$	$(A + A_1 t)e^{at}$	$A = 0 \quad A_1 = 1$
3.3	$\frac{s+d}{(s-a)^2}$		$A = 1 \quad A_1 = a + d$
3.4	$\frac{1}{s^2(s-a)^2}$	$Ae^{at} + K + K_1 t$	$A = \frac{1}{a^2} \quad K = -A \quad K_1 = -\frac{1}{a}$
3.5	$\frac{s+d}{s^2(s-a)^2}$		$A = \frac{a+d}{a^2} \quad K = -A \quad K_1 = -\frac{d}{a}$
3.6	$\frac{s^2+gs+d}{s^2(s-a)^2}$		$A = \frac{a^2 ag + d}{a^2} \quad K = 1 - A \quad K_1 = -\frac{d}{a}$
3.7	$\frac{1}{s(s-a)^2}$	$(A + A_1 t)e^{at} + K$	$A = -\frac{1}{a^2} \quad K = -A \quad A_1 = \frac{1}{a}$
3.8	$\frac{s+d}{s(s-a)^2}$		$A = -\frac{d}{a^2} \quad K = -A \quad A_1 = \frac{a+d}{a}$
3.9	$\frac{s^2+gs+d}{s(s-a)^2}$		$A = \frac{a^2 - d}{a^2} \quad K = 1 - A \quad A_1 = \frac{a^2 + ag + d}{a}$

№	F(s)	F(t) (t) 0)	
3.10	$\frac{1}{(s-a)^2(s-b)}$	$(A + A_1 t)e^{at} + Be^{bt}$	$A = -\frac{1}{(a-b)^2} \quad A_1 = -\frac{1}{a-b} \quad B = -A$
3.11	$\frac{s+d}{(s-a)^2(s-b)}$		$A = -\frac{b-d}{(a-b)^2} \quad B = -A \quad A_1 = \frac{a+d}{a-b}$
3.12	$\frac{s^2+gs+d}{(s-a)^2(s-b)}$		$A = \frac{a^2-2ab-bg-d}{(a-b)^2} \quad A_1 = \frac{a^2+ag+d}{a-b}$ $B = \frac{b^2+bg+d}{(a-b)^2}$
3.13	$\frac{1}{s^2(s-a)^2(s-b)}$	$Ae^{at} + Be^{bt}K + K_1t$	$A = -\frac{1}{a^2(a-b)} \quad B = \frac{1}{b^2(b-a)}$ $K = -\frac{a+b}{a^2b^2} \quad K_1 = \frac{1}{ab}$
3.14	$\frac{s+d}{s^2(s-a)^2(s-b)}$		$A = -\frac{a+d}{a^2(a-b)} \quad B = \frac{b+d}{b^2(b-a)}$ $K = -\frac{ab+d(a+b)}{a^2b^2} \quad K_1 = \frac{d}{ab}$
3.15	$\frac{s^2+gs+d}{s^2(s-a)^2(s-b)}$		$A = -\frac{a^2+ag+d}{a^2(a-b)} \quad B = \frac{b^2+bg+d}{b^2(b-a)}$ $K = -\frac{abg+d(a+b)}{a^2b^2} \quad K_1 = \frac{d}{ab}$
3.16	$\frac{1}{s(s-a)^2(s-b)}$	$(A + A_1 t)e^{at} + Be^{bt} + K$	$A = -\frac{b-2a}{a^2(a-b)^2} \quad B = \frac{1}{b^2(a-b)^2}$ $K = -\frac{1}{a^2b} \quad A_1 = \frac{1}{a(a-b)}$
3.17	$\frac{s+d}{s(s-a)^2(s-b)}$		$A = -\frac{a^2+2ad-bd}{a^2(a-b)^2} \quad B = \frac{b+d}{b(a-b)^2}$ $K = -\frac{d}{a^2b} \quad A_1 = \frac{a+d}{a(a-b)}$
3.18	$\frac{s^2+gs+d}{s(s-a)^2(s-b)}$		$A = -\frac{a^2(b+g)+d(2a-b)}{a^2(a-b)^2} \quad B = \frac{b^2+bg+d}{b(a-b)^2}$ $K = -\frac{d}{a^2b} \quad A_1 = \frac{a^2+ag+d}{a(a-b)}$
3.19	$\frac{1}{(s-a)^2(s-b)(s-c)}$	$(A + A_1 t)e^{at} + Be^{bt} + Ce^{ct}$	$A = \frac{(b+c)-2a}{(b-a)^2(a-c)} \quad B = \frac{1}{(b-a)^2(b-c)}$ $C = \frac{1}{(c-a)^2(c-b)} \quad A_1 = \frac{1}{(a-b)(a-c)}$
3.20	$\frac{s+d}{(s-a)^2(s-b)(s-c)}$		$A = -\frac{a^2+2ad-d(b+c)-bc}{(a-b)^2(a-c)^2}$ $A_1 = \frac{a+d}{(a-b)(a-c)}$ $B = \frac{b+d}{(b-a)^2(b-c)} \quad C = \frac{c+d}{(c-a)^2(c-b)}$

(продолжение)

№	F(s)	F(t) (t ≥ 0)	
3.21	$\frac{1}{s^2(s-a)^2}$	$(A + A_1 t)e^{at} + K + K_1 t$	$A = -\frac{2}{a^3} \quad A_1 = -\frac{1}{a^2} \quad K = -A \quad K_1 = \frac{1}{a^2}$
3.22	$\frac{s+d}{s^2(s-a)^2}$		$A = -\frac{a+2d}{a^3} \quad K = -A \quad A_1 = \frac{a+d}{a^2} \quad K_1 = \frac{d}{a^2}$
3.23	$\frac{s^2+gs+d}{s^2(s-a)^2}$		$A = -\frac{ag+2d}{a^2} \quad A_1 = \frac{a^2+ag+d}{a^2}$ $K = -A \quad K_1 = \frac{d}{a^2}$
3.24	$\frac{1}{(s-a)^2(s-b)^2}$	$(A + A_1 t)e^{at} + (B + B_1 t)e^{bt}$	$A = -\frac{2}{(a-b)^3} \quad B = -A$ $A_1 = \frac{1}{(a-b)^2} \quad B_1 = \frac{1}{(a-b)^2}$
3.25	$\frac{s+d}{(s-a)^2(s-b)^2}$		$A = -\frac{a+b+2d}{(a-b)^3} \quad B = -A$ $A_1 = \frac{a+d}{(a-b)^2} \quad B_1 = \frac{b+d}{(a-b)^2}$
3.26	$\frac{s^2+gs+d}{(s-a)^2(s-b)^2}$		$A = -\frac{(a+b)g+2(ab+d)}{(a-b)^3} \quad B = -A$ $A_1 = \frac{a^2+ag+d}{(a-b)^2} \quad B_1 = \frac{b^2+bg+d}{(a-b)^2}$
3.27	$\frac{1}{(s-a)^3(s-b)}$	$(A + A_1 t + A_2 t^2)e^{at} + Be^{bt}$	$A = \frac{1}{(a-b)^3} \quad B = -A$ $A_2 = \frac{1}{2(a-b)} \quad A_1 = -\frac{1}{(a-b)^2}$
3.28	$\frac{s+d}{(s-a)^3(s-b)}$		$A = \frac{b+d}{(a-b)^3} \quad B = -A$ $A_2 = \frac{a+d}{2(a-b)} \quad A_1 = -\frac{b+d}{(a-b)^2}$
3.29	$\frac{s^2+gs+d}{s^2(s-a)^3}$	$(A + A_1 t + A_2 t^2)e^{at} + K + K_1 t$	$A = \frac{ag+3d}{a^4} \quad A_2 = \frac{a^2+ag+d}{2a^2}$ $K = -A \quad K_1 = -\frac{d}{a^3} \quad A_1 = -\frac{ag+2d}{a^3}$

№	F(s)	F(t) (t) 0	
4.1	$\frac{1}{s^2((s-a)^2+\omega^2)}$	$Ae^{at} \sin(\omega t + \alpha) + K + K_1 t$	$A = \frac{1}{\omega(a^2 + \omega^2)} \quad K = \frac{2a}{(a^2 + \omega^2)^2}$ $K_1 = \frac{1}{a^2 + \omega^2} \quad \alpha = -2 \arctg \frac{\omega}{a}$
4.2	$\frac{s+d}{s^2((s-a)^2+\omega^2)}$		$A = \frac{((a+d)^2 + \omega^2)^{1/2}}{\omega(a^2 + \omega^2)} \quad K = \frac{a^2 + \omega^2 + 2ad}{(a^2 + \omega^2)^2}$ $K_1 = \frac{d}{a^2 + \omega^2} \quad \alpha = \arctg \frac{\omega}{a+d} - 2 \arctg \frac{\omega}{a}$
4.3	$\frac{s^2+gs+d}{s^2((s-a)^2+\omega^2)}$		$A = \frac{((a^2 - \omega^2 + ag + d)^2 + \omega^2(2a + g)^2)^{1/2}}{\omega(a^2 + \omega^2)}$ $K = \frac{(a^2 + \omega^2)g + 2ad}{(a^2 + \omega^2)^2}$ $K_1 = \frac{d}{a^2 + \omega^2}$ $\alpha = \arctg \frac{\omega(2a + g)}{a^2 - \omega^2 + ag + d} - 2 \arctg \frac{\omega}{a}$
4.4	$\frac{1}{(s-b)^2((s-a)^2+\omega^2)}$	$Ae^{at} \sin(\omega t + \alpha) + (B + B_1 t)e^{bt}$	$A = \frac{1}{\omega((a-b)^2 + \omega^2)} \quad B = \frac{2(a-b)}{((a-b)^2 + \omega^2)^2}$ $B_1 = \frac{1}{(a-b)^2 + \omega^2} \quad \alpha = -2 \arctg \frac{\omega}{a-b}$
4.5	$\frac{s+d}{(s-b)^2((s-a)^2+\omega^2)}$		$A = \frac{((a+d)^2 + \omega^2)^{1/2}}{\omega((a-b)^2 + \omega^2)}$ $B = \frac{(a-b)^2 + \omega^2 + 2(a-b)(b+d)}{((a-b)^2 + \omega^2)^2}$ $B_1 = \frac{b+d}{(a-b)^2 + \omega^2}$ $\alpha = \arctg \frac{\omega}{a+d} - 2 \arctg \frac{\omega}{a-b}$
4.6	$\frac{s^2+gs+d}{(s-b)^2((s-a)^2+\omega^2)}$		$A = \frac{((a^2 - \omega^2 + ag + d)^2 + \omega^2(2a + g)^2)^{1/2}}{\omega((a-b)^2 + \omega^2)}$ $B = \frac{((a-b)^2 + \omega^2)(2b + g) + 2(a-b)(b^2 + bg + d)}{((a-b)^2 + \omega^2)^2}$ $B_1 = \frac{b^2 + bg + d}{(a-b)^2 + \omega^2}$ $\alpha = \arctg \frac{\omega(2a + g)}{a^2 - \omega^2 + ag + d} - 2 \arctg \frac{\omega}{a-b}$
4.7	$\frac{1}{((s-a)^2+\omega^2)^2}$	$\frac{1}{2\omega^3} e^{at} (\sin \omega t - \omega t \cos \omega t)$	
4.8	$\frac{s-a}{((s-a)^2+\omega^2)^2}$	$\frac{1}{2\omega} t e^{at} \sin \omega t$	
4.9	$\frac{(s-a)^2 - \omega^2}{((s-a)^2+\omega^2)^2}$	$t e^{at} \cos \omega t$	

Таблица преобразований Лапласа
(a, b, c –различные переменные)

F(s)	F(t) (t>0)
$1/s$	1
$1/s^2$	t
$1/s^n (n=1,2,3...)$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
$1/\sqrt{s}$	$1/\sqrt{\pi t}$
$s^{-3/2}$	$2\sqrt{t/\pi}$
$s^{-(n+1/2)} (n=1,2,3...)$	$\frac{2^n t^{n-1/2}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)\sqrt{\pi}}$
$\frac{I'(k)}{s^k} (k > 0)$	t^{k-1}
$\frac{1}{(s-a)}$	e^{at}
$\frac{1}{(s-a)^2}$	te^{at}
$\frac{1}{(s-a)^n} (n=1,2,3...)$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{at}$
$\frac{I'(k)}{(s-a)k} (k > 0)$	$t^{k-1} e^{at}$
$\frac{1}{(s-a)(s-b)}$	$\frac{1}{(a-b)} (e^{at} - e^{bt})$
$\frac{s}{(s-a)(s-b)}$	$\frac{1}{(a-b)} (e^{at} - be^{bt})$
$\frac{1}{(s-a)(s-b)(s-c)}$	$-\frac{(b-c)e^{at} + (c-a)e^{bt} + (a-b)e^{ct}}{(a-b)(b-c)(c-a)}$
$\frac{1}{s^2 + a^2}$	$\frac{1}{a} \sin at$
$\frac{s}{s^2 + a^2}$	$\cos at$
$\frac{1}{s^2 - a^2}$	$\frac{1}{a} shat$
$\frac{s}{s^2 - a^2}$	$chat$
$\frac{1}{s(s^2 + a^2)}$	$\frac{1}{a^2} (1 - \cos at)$
$\frac{s}{s(s^2 + a^2)}$	$\frac{1}{a^2} (1 - \sin at)$
$\frac{1}{(s^2 + a^2)^2}$	$\frac{1}{2a^2} (\sin at - at \cos at)$

F(s)	F(t) (t>0)
$\frac{s}{(s^2 + a^2)^2}$	$\frac{1}{2a} \sin at$
$\frac{s^2}{(s^2 + a^2)^2}$	$\frac{1}{2a} (\sin at + at \cos at)$
$\frac{s^2 - a^2}{(s^2 + a^2)^2}$	$t \cdot \cos at$
$\frac{s}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)} (a^2 \neq b^2)$	$\frac{\cos at - \cos bt}{b^2 - a^2}$
$\frac{1}{(s - a)^2 + b^2}$	$\frac{1}{b} e^{at} \sin bt$
$\frac{s - a}{(s^2 - a^2)^2 + b^2}$	$e^{at} \cos bt$
$\frac{3a^2}{s^3 + a^3}$	$e^{-at} - e^{at/2} (\cos \frac{at\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \sin \frac{at\sqrt{3}}{2})$
$\frac{4a^3}{s^4 + 4a^4}$	$\sin at \cdot chat - \cos at \cdot shat$
$\frac{s}{s^4 + 4a^4}$	$\frac{1}{2a^2} \sin at \cdot shat$
$\frac{1}{s^4 - a^4}$	$\frac{1}{2a^2} (shat - \sin at)$
$\frac{s}{s^4 - a^4}$	$\frac{1}{2a^2} (chat - \cos at)$
$\frac{8a^3 s^2}{(s^2 + a^2)^3}$	$(1 + a^2 t^2) \sin at - at \cos at$
$\frac{1}{s} (\frac{s-1}{s})^n$	$\frac{e^t}{n!} \frac{d^n}{dt^n} (t^n e^{-t}) = \frac{1}{n!} L_n(t)$
$\frac{s}{(s - a)^{3/2}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{at} (1 + 2at)$
$\sqrt{s - a} - \sqrt{s - b}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi t^3}} (e^{bt} - e^{at})$
$\frac{1}{\sqrt{s + a}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} - ae^{a^2 t} \operatorname{erfc}(a\sqrt{t})$
$\frac{\sqrt{s}}{s - a^2}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} + ae^{a^2 t} \operatorname{erf}(a\sqrt{t})$
$\frac{\sqrt{s}}{s + a^2}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} - \frac{2a}{\sqrt{\pi}} e^{-a^2 t} \int_0^{a\sqrt{t}} e^{\lambda^2} d\lambda$
$\frac{1}{\sqrt{s(s - a^2)}}$	$\frac{1}{2} e^{a^2 t} \operatorname{erf}(a\sqrt{t})$
$\frac{1}{\sqrt{s(s + a^2)}}$	$\frac{2}{a\sqrt{\pi}} e^{-a^2 t} \int_0^{a\sqrt{t}} e^{\lambda^2} d\lambda$

F(s)	F(t) (t>0)
$\frac{b^2 - a^2}{(s - a^2)(b + \sqrt{s})}$	$e^{a^2 t} \left[b - a \operatorname{erf}(a\sqrt{t}) \right] - b e^{b^2 t} \operatorname{erfc}(b\sqrt{t})$
$\frac{1}{\sqrt{s}(\sqrt{s} + a)}$	$e^{a^2 t} \operatorname{erfc}(a\sqrt{t})$
$\frac{1}{(s + a)\sqrt{s + b}}$	$\frac{1}{\sqrt{b - a}} e^{-at} \operatorname{erf}(\sqrt{b - a}\sqrt{t})$
$\frac{b^2 - a^2}{\sqrt{s}(s - a^2)(\sqrt{s} + b)}$	$e^{a^2 t} \left[\frac{b}{a} \operatorname{erfc}(a\sqrt{t}) - 1 \right] + e^{b^2 t} \operatorname{erfc}(b\sqrt{t})$
$\frac{(1 - s)^n}{s^{n+1/2}}$	$\frac{n!}{(2n)! \sqrt{\pi t}} H_{2n}(\sqrt{t})$
$\frac{(1 - s)^n}{s^{n+3/2}}$	$-\frac{n!}{\sqrt{\pi} (2n + 1)!} H_{2n+1}(\sqrt{t})$
$\frac{\sqrt{s + 2a} - 1}{\sqrt{s}} - 1$	$ae^{-at} [I_1(at) + I_0(at)]$
$\frac{1}{\sqrt{s + a}\sqrt{s + b}}$	$e^{-1/2(a+b)t} I_0\left(\frac{a - b}{2}t\right)$
$\frac{I'(k)}{(s + a)^k (s + b)^k} (k > 0)$	$\sqrt{\pi} \left(\frac{t}{a - b}\right)^{k-1/2} e^{-1/2(a+b)t} I_{k-1/2}\left(\frac{a - b}{2}t\right)$
$\frac{1}{(s + a)^{1/2} (s + b)^{3/2}}$	$te^{-1/2(a+b)t} \left[I_0\left(\frac{a - b}{2}t\right) + I_k\left(\frac{a - b}{2}t\right) \right]$
$\frac{\sqrt{s + 2a} - \sqrt{s}}{\sqrt{s + 2a} + \sqrt{s}}$	$\frac{1}{t} e^{-at} I_1(at)$
$\frac{(a - b)^k}{(\sqrt{s + a} + \sqrt{s + b})^{2k}} (k > 0)$	$\frac{k}{t} e^{-1/2(a+b)t} I_k\left(\frac{a - b}{2}t\right)$
$\frac{(\sqrt{s + a} + \sqrt{s})^{-2v}}{\sqrt{s}\sqrt{s + a}} (v > -1)$	$\frac{1}{a^v} e^{-1/2at} I_v\left(\frac{1}{2}at\right)$
$\frac{1}{\sqrt{s^2 + a^2}}$	$J_0(at)$
$\frac{(\sqrt{s^2 + a^2} - s)^v}{\sqrt{s^2 + a^2}} (v > -1)$	$a^v J_v(at)$
$\frac{1}{(s^2 + a^2)^k} (k > 0)$	$\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(k)} \left(\frac{t}{2a}\right)^{k-1/2} J_{k-1/2}(at)$
$(\sqrt{s^2 + a^2} - s)^k (k > 0)$	$\frac{ka^k}{t} J_k(at)$
$\frac{(s - \sqrt{s^2 - a^2})^v}{\sqrt{s^2 - a^2}} (v > -1)$	$a^v I_v(at)$

F(s)	F(t) (t>0)
$\frac{1}{(s^2 - a^2)^k}$	$\frac{\sqrt{\pi}}{l'(k)} \left(\frac{t}{2a}\right)^{k-1/2} I_{k-1/2}(at)$
$\frac{e^{-ks}}{s}$	0, если 0<t<k 1, если t>k
$\frac{e^{-ks}}{s^2}$	0, если 0<t<k t-k, если t>k
$\frac{e^{-ks}}{s\mu} (\mu > 0)$	0, если 0<t<k $\frac{(t-k)^{\mu-1}}{l'(\mu)}$, если t>k
$\frac{1 - e^{-ks}}{s}$	1, если 0<t<k 0, если t>k
$\frac{1}{s(1 - e^{-ks})} = \frac{1 + cth(\frac{1}{2}ks)}{2s}$	$1 + [t/k] = n$, если (n-1)k<t<nk (n=1,2,...)
$\frac{1}{s(e^{ks} - a)}$	0, если 0<t<k, $1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}$, если nk<t<(n+1)k (n=1,2,...)
$\frac{1}{s} th \cdot ks$	$M(2k, t) = (-1)^{n-1}$ если 2k (n-1)<t<2kn (n=1, 2...)
$\frac{1}{s(1 + e^{-ks})}$	$\frac{1}{2} M(k, t) + \frac{1}{2} = \frac{1 - (-1)^n}{2}$, если (n-k)k<t<nk
$\frac{1}{s^2} th \cdot ks$	H(2k, t)
$\frac{1}{s \cdot sh \cdot ks}$	F(t)=2(n-1), Если (2n-3) k<t<(2n-1) k (t>0)
$\frac{1}{s \cdot ch \cdot ks}$	M(2k, t+3k)+1=1+(-1)^n, если (2n-3) k<t<(2n-1) k (t>0)
$\frac{1}{s} cth \cdot ks$	F(t)=2n-1, Если 2k(n-1)<t<2kn
$\frac{k}{s^2 + k^2} cth \frac{\pi s}{2k}$	[sin kt]
$\frac{1}{s} e^{-(k/s)}$	$\begin{cases} \sin t, & \text{если } (2n-2)\pi < t < (2n-1)\pi, \\ 0, & \text{если } (2m-1)\pi < t < 2n\pi \end{cases}$
$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-(k/s)}$	$J_0(2\sqrt{kt})$
$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{k/s}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi \cdot t}} \cos 2\sqrt{kt}$ $\frac{1}{\sqrt{\pi \cdot t}} ch 2\sqrt{kt}$

F(s)	F(t) (t>0)
$\frac{1}{s^{3/2}} e^{-(k/s)}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi k}} \sin 2\sqrt{kt}$
$\frac{1}{s^{3/2}} e^{k/s}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi k}} sh 2\sqrt{kt}$
$\frac{1}{s^\mu} e^{-(k/s)} \quad (\mu > 0)$	$\left(\frac{t}{k}\right)^{(\mu-1)/2} j_{\mu-1}(2\sqrt{kt})$
$\frac{1}{s^\mu} e^{k/s} \quad (\mu > 0)$	$\left(\frac{t}{k}\right)^{(\mu-1)/2} I_{\mu-1}(2\sqrt{kt})$
$e^{-k\sqrt{s}} \quad (k > 0)$	$\frac{k}{2\sqrt{\pi} \cdot t^3} \exp\left(-\frac{k^2}{4t}\right)$
$\frac{1}{s} e^{-k\sqrt{s}} \quad (k \geq 0)$	$erfc\left(\frac{k}{2\sqrt{t}}\right)$
$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-k\sqrt{s}} \quad (k \geq 0)$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \exp\left(-\frac{k^2}{4t}\right)$
$s^{-3/2} e^{-k\sqrt{s}} \quad (k \geq 0)$	$2\sqrt{\frac{t}{\pi}} \exp\left(-\frac{k^2}{4t}\right) - k \cdot erfc\left(\frac{k}{2\sqrt{t}}\right)$
$\frac{ae^{-k\sqrt{s}}}{s(a+\sqrt{s})} \quad (k \geq 0)$	$-e^{ak} e^{a^2 t} erfc(a\sqrt{t} + \frac{k}{2\sqrt{t}}) + erfc\left(\frac{k}{2\sqrt{t}}\right)$
$\frac{e^{-k\sqrt{s}}}{\sqrt{s}(a+\sqrt{s})} \quad (k \geq 0)$	$-e^{ak} e^{a^2 t} erfc(a\sqrt{t} + \frac{k}{2\sqrt{t}})$
$\frac{e^{-k\sqrt{s(s+a)}}}{\sqrt{s(s+a)}}$	$\begin{cases} 0, \text{если } 0 < t < k \\ e^{-1/2at} I_0\left(\frac{1}{2}a\sqrt{t^2 - k^2}\right), \text{если } t > k \end{cases}$
$\frac{e^{-k\sqrt{s^2+a^2}}}{\sqrt{s^2+a^2}}$	$\begin{cases} 0, \text{если } 0 < t < k \\ J_0(a\sqrt{t^2 - k^2}), \text{если } t > k \end{cases}$
$\frac{e^{-k\sqrt{s^2-a^2}}}{\sqrt{s^2-a^2}}$	$\begin{cases} 0, \text{если } 0 < t < k \\ I_0(a\sqrt{t^2 - k^2}), \text{если } t > k \end{cases}$
$\frac{e^{-k\sqrt{s^2+a^2}-s}}{\sqrt{s^2+a^2}} \quad (k \geq 0)$	$J_0(a\sqrt{t^2 + 2kt})$
$e^{-ks} - e^{-k\sqrt{s^2+a^2}}$	$\begin{cases} 0, \text{если } 0 < t < k \\ \frac{ak}{\sqrt{t^2 - k^2}} J_1(a\sqrt{t^2 - k^2}), \text{если } t > k \end{cases}$
$e^{-k\sqrt{s^2-a^2}} e^{-ks}$	$\begin{cases} 0, \text{если } 0 < t < k \\ \frac{ak}{\sqrt{t^2 - k^2}} I_1(a\sqrt{t^2 - k^2}), \text{если } t > k \end{cases}$

(продолжение)

$F(s)$	$f(t)(t > 0)$
$\frac{a^v e - k\sqrt{s^2 + a^2}}{\sqrt{s^2 + a^2}(\sqrt{s^2 + a^2} + s)^v} \quad (v > -1)$	$\begin{cases} 0, \text{если } 0 < t < k, \\ \left(\frac{t-k}{t+k}\right)^{\frac{1}{2}v} J_v(a\sqrt{t^2 - k^2}), \text{если } t > k \end{cases}$
$\frac{1}{s} \ln s$	$\Gamma'(1) - \ln t \quad [\Gamma'(1) = -0.5772]$
$\frac{1}{s^k} \ln s \quad (k > 0)$	$t^{k-1} \left\{ \frac{\Gamma'(k)}{[\Gamma(k)]^2} - \frac{\ln t}{\Gamma(k)} \right\}$
$\frac{\ln s}{s-a} \quad (a > 0)$	$e^{at} [\ln a - \text{Ei}(-at)]$
$\frac{\ln s}{s^2 + 1}$	$\cos t \text{ Si } t - \sin t \text{ Ci } t$
$\frac{s \ln s}{s^2 + 1}$	$-\sin t \text{ Si } t - \cos t \text{ Ci } t$
$\frac{1}{s} \ln(1 + ks) \quad (k > 0)$	$-\text{Ei}\left(-\frac{1}{k}\right)$
$\ln \frac{s-a}{s-b}$	$\frac{1}{t} (e^{bt} - e^{at})$
$\frac{1}{s} \ln(1 + k^2 s^2)$	$-2 \text{ Ci}\left(\frac{1}{k}\right)$
$\frac{1}{s} \ln(s^2 + a^2) \quad (a > 0)$	$2 \ln a - 2 \text{ Ci}(at)$
$\frac{1}{s^2} \ln(s^2 + a^2) \quad (a > 0)$	$\frac{2}{a} [at \ln a + \sin at - at \text{ Ci}(at)]$
$\ln \frac{s^2 + a^2}{s^2}$	$\frac{2}{t} (1 - \cos at)$
$\ln \frac{s^2 - a^2}{s^2}$	$\frac{2}{t} (1 - \text{ch } at)$
$\text{arctg } \frac{k}{s}$	$\frac{1}{t} \sin kt$
$\frac{1}{s} \text{arctg } \frac{k}{s}$	$\text{Si}(kt)$
$e^{k^2 s^2} \text{erfc}(ks) \quad (k > 0)$	$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{4k^2}\right)$
$\frac{1}{s} e^{k^2 s^2} \text{erfc}(ks) \quad (k > 0)$	$\text{erfc}\left(\frac{t}{2k}\right)$
$e^{ks} \text{erfc}\sqrt{ks} \quad (k > 0)$	$\frac{\sqrt{k}}{\pi \sqrt{t(t+k)}}$
$\frac{1}{\sqrt{s}} \text{erfc}(\sqrt{ks})$	$\begin{cases} 0, \text{если } 0 < t < k, \\ (\pi t)^{-1/2}, \text{если } t > k \end{cases}$

$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{ks} \operatorname{erfc}(\sqrt{ks}) \quad (k > 0)$	$\frac{1}{\sqrt{\pi(t+k)}}$
$\operatorname{erfc}\left(\frac{k}{\sqrt{s}}\right)$	$\frac{1}{\pi} \sin(2k\sqrt{t})$
$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{k^2/s} \operatorname{erfc}\left(\frac{k}{\sqrt{s}}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-2k\sqrt{t}}$
$K_0(ks)$	$\begin{cases} 0, \text{если } 0 < t < k, \\ (t^2 - k^2)^{-1/2}, \text{если } t > k \end{cases}$
$K_0(k\sqrt{s})$	$\frac{1}{2t} \exp\left(-\frac{k^2}{4t}\right)$
$\frac{1}{s} e^{ks} K_1(ks)$	$\frac{1}{k} \sqrt{t(t+2k)}$
$\frac{1}{\sqrt{s}} K_1(k\sqrt{s})$	$\frac{1}{k} \exp\left(-\frac{k^2}{4t}\right)$
$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{k/s} K_0\left(\frac{k}{s}\right)$	$\frac{2}{\sqrt{\pi}} K_0(2\sqrt{2kt})$
$\pi e^{-ks} l_0(ks)$	$\begin{cases} [t(2k-t)]^{-1/2}, \text{если } 0 < t < 2k, \\ 0, \text{если } t > 2k \end{cases}$
$\pi e^{-ks} l_1(ks)$	$\begin{cases} \frac{k-1}{k\sqrt{t(2k-t)}}, \text{если } 0 < t < 2k, \\ 0, \text{если } t > 2k \end{cases}$
$-e^{as} \operatorname{Ei}(-as)$	$\frac{1}{t+a} \quad a > 0$
$\frac{1}{a} + se^{as} \operatorname{Ei}(-as)$	$\frac{1}{(t+a)^2} \quad a > 0$
$(\frac{\pi}{2} - \operatorname{Si} s) \cos s + \operatorname{Ci} s \sin s$	$\frac{1}{t^2 + 1}$

Варианты заданий к лабораторным работам по курсу ТАУ

Работы 1, 2, 3

№	k	T,с	k	T,с	№	k	T,с	k	T,с	
1	1	0.05	1	0.01	16	1.2	0.06	1.2	0.01	1;0.6;0.15;0.1;0
	0.5					0.4				
2	0.1	0.05	0.1	0.1	17	0.44	0.02	0.44	0.01	1;0.4;0.3;0.2;0
	0.75					0.2				
3	0.25	0.07	0.25	0.2	18	0.25	0.14	0.25	0.3	1;0.25;0.15;0.08;0
	0.12					0.12				
4	0.9	0.04	0.9	0.08	19	0.65	0.65	0.65	0.1	1;0.45;0.3;0.07;0
	0.45					0.35				
5	1.2	0.1	1.2	0.5	20	2.8	0.1	2.8	0.02	1;0.3;0.18;0.75;0
	1					1.4				
6	0.55	0.09	0.55	0.02	21	7.7	1.4	7.7	0.2	1;0.5;0.25;0.09;0
	0.15					4.2				
7	0.62	0.04	0.62	0.01	22	12	0.7	12	0.15	1;0.33;0.15;0.04;0
	0.31					6				
8	0.2	0.25	0.2	0.05	23	12	0.1	12	0.6	1;0.2;0.1;0.05;0
	0.17					4				
9	1.1	1.8	1.1	0.6	24	9	0.08	9	0.4	1;0.4;0.25;0.08;0
	0.8					3				
10	15	0.4	15	0.1	25	4.4	0.2	4.4	0.7	1;0.32;0.16;0.09;0
	7.5					2				
11	10	2	10	0.4	26	0.11	1.1	0.11	5.5	1;0.31;0.12;0.03;0
	4.5					0.5				
12	7	0.06	7	0.01	27	0.35	0.07	0.35	0.4	1;0.45;0.3;0.07;0
	4.2					0.15				
13	3.33	3.14	3.33	0.71	28	1	0.05	1	0.1	1;0.6;0.15;0.1;0
	2.22					0.4				
14	1.95	1.6	1.95	0.03	29	0.15	0.02	0.15	0.08	1;0.33;0.15;0.04;0
	1					0.65				
15	1.8	0.16	1.8	0.25	30	1.5	0.04	1.5	0.01	1;0.2;0.1;0.05;0
	2.8					0.75				

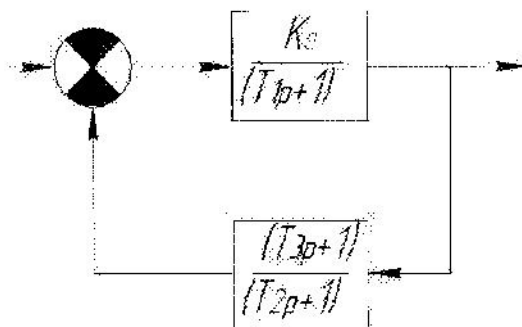
№	k	T,с	k	T,с	№	k	T,с	k	T,с	
31	0.1	0.05	0.1	0.01	46	4.2	0.06	4.2	0.01	1;0.6;0.15;0.1;0
	0.05					1.4				
32	0.01	0.05	0.01	0.1	47	4.44	0.02	4.44	0.01	1;0.4;0.3;0.2;0
	0.075					0.11				
33	0.025	0.07	0.025	0.2	48	0.75	0.34	0.75	0.8	1;0.25;0.15;0.08;0
	0.012					0.12				
34	0.09	0.04	0.09	0.08	49	0.15	0.165	0.15	0.1	1;0.45;0.3;0.07;0
	0.045					0.55				
35	1.2	0.51	1.2	0.95	50	2.8	0.9	2.8	0.02	1;0.3;0.18;0.75;0
	0.1					5.4				
36	0.055	0.09	0.055	0.02	51	2.7	1.4	2.7	0.6	1;0.5;0.25;0.09;0

	0.015					6.2				
37	0.42	0.04	0.42	0.01	52	1.2	0.07	1.2	0.15	1;0.33;0.15;0.04;0
	0.11					6.8				
38	0.28	0.15	0.28	0.05	53	0.12	0.15	0.12	0.06	1;0.2;0.1;0.05;0
	0.7					0.4				
39	1.1	1	1.1	0.65	54	9	0.8	9	0.45	1;0.4;0.25;0.08;0
	0.3					0.6				
40	1.5	0.4	1.5	0.1	55	9.4	0.25	9.4	0.7	1;0.32;0.16;0.09;0
	7.5					2.5				
41	10	2.5	10	0.4	56	0.1	1.1	0.1	4.5	1;0.31;0.12;0.03;0
	4					0.4				
42	7	0.06	7	0.01	57	0.35	0.7	0.35	2.4	1;0.45;0.3;0.07;0
	4.2					0.15				
43	0.333	0.314	0.333	0.71	58	1.3	0.5	1.3	0.13	1;0.6;0.15;0.1;0
	0.222					0.4				
44	0.195	1.6	0.195	0.3	59	15	0.02	15	0.8	1;0.33;0.15;0.04;0
	1					65				
45	7.8	0.56	7.8	0.25	60	1.5	0.4	1.5	0.1	1;0.2;0.1;0.05;0
	1.8					0.5				

Работа № 4

Общий вид передаточной функции разомкнутой системы автоматического регулирования

$$Wr_2(S) = k_0 \cdot \frac{T_{31} \cdot S + 1}{(T_1 \cdot S + 1) \cdot (T_{21} \cdot S + 1) \cdot S}$$



№	Ko	T1,сек	T21,сек	T31,сек	№	Ko	T1,сек	T21,сек	T31,сек
1		0.001	0.0001	0	23		10 ⁻²	10 ⁻⁴	10 ⁻³
2		0.005	10 ⁻⁴	0.01	24		2·10 ⁻²	10 ⁻⁴	10 ⁻³
3		0.0012	10 ⁻³	10 ⁻²	25		10 ⁻²	10 ⁻²	1.5·10 ⁻³
4		10 ⁻⁴	10 ⁻⁴	0	26		0	4.5·10 ⁻³	2.5·10 ⁻⁴
5		5·10 ⁻³	5·10 ⁻³	0.02	27		3.3·10 ⁻³	0.01	2.5·10 ⁻⁵
6		2·10 ⁻²	1.2·10 ⁻²	10 ⁻²	28		4·10 ⁻³	7·10 ⁻⁴	10 ⁻²
7		5.6·10 ⁻⁴	2·10 ⁻³	0	29		6·10 ⁻³	10 ⁻⁴	2·10 ⁻²
8		10 ⁻⁵	3.6·10 ⁻⁶	0.01	30		3.3·10 ⁻³	1.9·10 ⁻³	1.5·10 ⁻²
9		2·10 ⁻³	2·10 ⁻²	8·10 ⁻²	31		5·10 ⁻⁴	10 ⁻³	5·10 ⁻²
10		10 ⁻²	2·10 ⁻²	10 ⁻³	32		0.06	0.006	10 ⁻³
11		2.5·10 ⁻²	10 ⁻³	5·10 ⁻³	33		5.5·10 ⁻³	0.001	4·10 ⁻³
12		1.1·10 ⁻²	2.2·10 ⁻³	3·10 ⁻³	34		5·10 ⁻²	5·10 ⁻³	5·10 ⁻⁴

13		$4 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-2}$	35		0.01	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-4}$
14		$5 \cdot 10^{-2}$	10^{-3}	10^{-3}	36		10^{-4}	$5 \cdot 10^{-3}$	0.05
15		0.1	0.02	0.01	37		$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-2}$	0.1
16		0.02	0.05	0.1	38		0.01	0.05	10^{-3}
17		0.08	0.008	10^{-3}	39		$1.9 \cdot 10^{-3}$	0.02	$5 \cdot 10^{-5}$
18		$4 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$	40		$1.1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	10^{-4}
19		$6 \cdot 10^{-2}$	10^{-4}	$5 \cdot 10^{-3}$	41		10^{-2}	10^{-4}	$2.5 \cdot 10^{-5}$
20		$5 \cdot 10^{-2}$	0.01	0.1	42		$5 \cdot 10^{-2}$	10^{-4}	10^{-5}
21		0.1	10^{-2}	10^{-3}	43		0.1	0.02	0.05
22		10^{-4}	10^{-5}	$5 \cdot 10^{-5}$	44		$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$

Работа № 5

№	M , кг	h_{Σ} , мм	p_i , МПа	B , мм	L , мм	b , мм	l , мм	$V_{i\partial}$, м ³	E_i , Н/м ²	μ , Па·с
1	50	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.045
2	50	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.055
3	50	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.05
4	50	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.04
5	50	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.06
6	50	90	15	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.06
7	50	90	20	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.06
8	50	90	20	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.08
9	50	90	20	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.07
10	50	90	15	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.05
11	30	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.045
12	30	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.055
13	30	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.05
14	30	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.04
15	30	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.06
16	70	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.06
17	70	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.045
18	70	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.05
19	70	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.055
20	70	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.065
21	50	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^9$	0.045
22	50	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^9$	0.06
23	50	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^9$	0.04
24	50	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^9$	0.05
25	50	90	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^9$	0.055
26	50	90	20	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^9$	0.045
27	50	90	15	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^9$	0.055
28	50	90	20	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^9$	0.055
29	50	90	15	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^9$	0.06
30	50	90	20	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^9$	0.06

№	M , кг	h_{Σ} , мм	p_i , МПа	B , мм	L , мм	b , мм	l , мм	$V_{i\partial}$, м ³	E_i , Н/м ²	μ , Па·с
31	50	110	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.055
32	50	110	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.06
33	50	110	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.07
34	50	110	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.085
35	50	110	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.065
36	50	80	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.055
37	50	80	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.045
38	50	80	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.035
39	50	80	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.05
40	50	80	10	90	90	78	78	$30 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.04
41	50	90	10	90	90	78	78	$50 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.045
42	50	90	10	90	90	78	78	$50 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.05
43	50	90	10	90	90	78	78	$50 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.055
44	50	90	10	90	90	78	78	$50 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.06
45	50	90	10	90	90	78	78	$50 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.07
46	50	90	10	90	90	78	78	$75 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.07
47	50	90	10	90	90	78	78	$75 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.06
48	50	90	10	90	90	78	78	$75 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.045
49	50	90	10	90	90	78	78	$75 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.055
50	50	90	10	90	90	78	78	$75 \cdot 10^{-6}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.05
51	50	90	10	90	90	78	78	$10 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.045
52	50	90	10	90	90	78	78	$10 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.055
53	50	90	10	90	90	78	78	$10 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.065
54	50	90	10	90	90	78	78	$10 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.05
55	50	90	10	90	90	78	78	$10 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.06
56	50	90	15	90	90	78	78	$10 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.065
57	50	90	15	90	90	78	78	$10 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.06
58	50	90	15	90	90	78	78	$10 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.07
59	50	90	15	90	90	78	78	$10 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.075
60	50	90	15	90	90	78	78	$10 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^9$	0.055

Работа № 6

Общий вид передаточной функции разомкнутой системы автоматического регулирования:

$$Wr2(S) = k0 \cdot \frac{T31 \cdot S + 1}{(T1 \cdot S + 1) \cdot (T21 \cdot S + 1) \cdot S}$$

№	Ko	T1,сек	T21,сек	T31,сек	№	Ko	T1,се	T21,сек	T31,сек
1	15	0.5	0	0	31	7.2	0.06	0	0
2	7	0.06	0	0	32	4	0.03	0	0
3	0.44	0.01	0	0	33	0.4	0.02	0	0
4	0.25	0.02	0	0	34	0.2	0.03	0	0
5	0.25	0.07	0	0	35	0.5	0.01	0	0
6	0.62	0.1	0	0	36	0.82	0.15	0	0
7	2.9	0.02	0	0	37	6.5	0.06	0	0
8	7.45	0.2	0	0	38	5.5	0.35	0	0
9	12	0.15	0	0	39	18	0.1	0	0
10	18	0.3	0	0	40	14	0.5	0	0
11	10	2	0.08	0	41	7.7	1.4	0.07	0
12	3.3	0.7	2.8	0	42	4.2	0.9	2	0
13	2.62	4	0.62	0	43	2.2	5.7	0.32	0
14	1.8	0.25	0.16	0	44	1.6	0.33	0.13	0
15	0.44	0.02	0.02	0	45	0.32	0.01	0.12	0
16	17	0	0.1	0.6	46	14	0.1	0.6	0
17	5	0.8	2.1	0	47	9	0.8	1.9	0.4
18	0.6	0.01	0.03	0	48	0.3	0.02	0.01	0
19	1.5	0.4	0.5	0	49	1.4	0.3	0.4	0
20	7.5	0.07	1.5	0	50	6.2	0.05	2.1	0
21	10	0.12	0.75	0	51	11	0.11	0.51	0
22	0.5	0.03	0.02	0.4	52	0.5	0.02	0.04	0.1
23	1.7	0.46	0.17	0	53	1.35	0.7	0.15	0
24	4.2	0.55	2.5	0	54	3.5	0.4	1.5	0
25	3.33	3.14	0.06	0.1	55	2	5	0.01	0.1
26	12	0.12	0	0	56	14	0.15	0	0
27	5.6	0.16	0	0	57	5	0.02	0	0
28	0.1	0.15	0	0	58	0.15	0.15	0	0
29	5.8	0.016	0	0	59	3.5	0.03	0	0
30	8	0.08	0	0	60	7.5	0.06	0	0